SERIE DE COMPENDIOS SCHAUM

TEORIA Y PROBLEMAS

DE

CIRCUITOS ELECTRICOS

JOSEPH A. EDMINISTER, M. S. E.

Assistant Professor of Electrical Engineering
The University of Akron

•

TRADUCCION Y ADAPTACION

JOSÉ BESCÓS BELARRA

Ingeniero de Armamento
Licenciado en Ciencias

ANGEL GUTIÉRREZ VÁZQUEZ

Ingeniero de Armamento
Licenciado en Ciencias Fisicas
Diplomado en Ingenieria Nuclear

Prólogo

Este libro se ha concebido como complemento a los textos usuales de electricidad o bien como libro de texto básico para un primer curso de análisis de circuitos. En él se ha dado una importancia especial a las leyes fundamentales, a los teoremas y a las técnicas que son comunes a los diversos enfoques expuestos en otras obras.

Está dividido en capítulos que tratan los campos de teoría y estudio ya reconocidos. Cada capítulo empieza por establecer las definiciones, teoremas y principios pertinentes, junto con ejemplos, figuras y demás material aclaratorio. A continuación, se presentan dos series, adecuadamente graduadas, de problemas resueltos y de problemas propuestos. Los primeros sirven para aclarar y ampliar la teoría. Presentan métodos de análisis, proporcionan ejemplos prácticos y centran la atención en aquellos aspectos de detalle que son esenciales para que el alumno pueda aplicar correctamente y con seguridad los principios fundamentales. El gran número de problemas propuestos como complemento permite realizar un repaso de todas las materias contenidas en el capítulo.

Los temas tratados incluyen el análisis de respuestas y formas de ondas, sistema de números complejos, notación matricial, circuitos en serie y paralelos, potencia y factor de potencia, fenómenos de resonancia. Se han utilizado ampliamente las matrices y determinantes en el estudio de los métodos de análisis basados en las corrientes, en las mallas y las tensiones en los nudos. También se ha empleado el cálculo matricial en el estudio de las transformaciones estrella-triángulo y en los teoremas de circuitos, tales como los de superposición y reciprocidad. Se ha procurado explicar con sumo detalle el tema de los circuitos con acoplo magnético y lo mismo puede decirse de los sistemas polifásicos de todos los tipos, dedicando atención especial al circuito equivalente monofásico por sus importantes aplicaciones. Se estudian, simultáneamente, las series trigonométricas y las exponenciales de Fourier, verificando frecuentes conversiones de los coeficientes de unas a otras para ver con claridad su correspondencia. El régimen transitorio en corrientes continua y alterna se explica y resuelve empleando ecuaciones diferenciales clásicas, de manera que esta materia puede estudiarse perfectamente antes de ver la notación fasorial del Capítulo 5; en rigor, así se recomienda para aquellos alumnos cuyos conocimientos matemáticos se lo permitan. El método de la transformada de Laplace se aplica a muchos de los problemas ya estudiados y resueltos en el Capítulo 16 por ecuaciones diferenciales. Esto permite comparar los dos métodos y ver claramente las peculiaridades y ventajas del método en cuestión.

Queremos aprovechar esta ocasión para expresar profunda gratitud al personal de la Schaum Publishing Company y, en especial, al señor Nicola Miracapillo, por sus valiosas sugerencias y útil colaboración. A mi esposa Nina le debo mucho más que un simple agradecimiento por su continuo apoyo y estímulo que tanto han contribuido a la realización de esta obra.

JOSEPH A. EDMINISTER

Universidad de Akron
21 de agosto de 1965

Tabla de materias

Capítulo 1

Definiciones y parámetros de un circuito

SISTEMAS DE UNIDADES

En ingeniería eléctrica se emplea el sistema internacional de unidades S. I., que considera como magnitudes fundamentales la longitud (L), la masa (M), el tiempo (T) y la intensidad de corriente (I), cuyas unidades respectivas son el metro (m), el kilogramo (kg), el segundo (s) y el amperio (A). Abreviadamente, este sistema se llama mksa, que corresponde a las iniciales de las unidades citadas.

Todas las fórmulas del libro aparecen racionalizadas, es decir, la constante de la ley de Coulomb de la electrostática se iguala a $1/4\pi\epsilon$, y la correspondiente a la ley de Laplace del magnetismo se iguala a $\mu/4\pi$.

La unidad de fuerza en el sistema racionalizado mksa es derivada; se llama newton y tiene de símbolo N. Una fuerza de 1 newton es aquella que aplicada a un sólido de 1 kilogramo de masa le comunica una aceleración de 1 metro por segundo en cada segundo. Por consiguiente:

$$\text{Fuerza (N)} = \text{masa (kg)} \times \text{aceleración (m/s}^2\text{)}$$

La unidad de trabajo y, por tanto, la de energía, también es derivada; se llama julio (J) y corresponde al trabajo realizado por una fuerza de 1 newton cuando su punto de aplicación se desplaza 1 metro en la dirección del movimiento. La unidad de potencia, en estas condiciones, se llama vatio (W) y corresponde al julio por segundo. Resumiendo, pues, $1\ \text{J} = 1\ \text{N}\cdot\text{m}$ y $1\ \text{W} = 1\ \text{J/s}$.

LEY DE COULOMB

Establece que la fuerza (de atracción o de repulsión) entre dos cargas eléctricas puntuales, q y q', es directamente proporcional al producto de ambas e inversamente proporcional al cuadrado de su distancia r. Matemáticamente, se escribe en la forma

$$F = k\frac{qq'}{r^2}$$

siendo k la constante de proporcionalidad (con dimensiones) y que depende, por una parte, del sistema de unidades empleado y, por otra, del medio donde estén situadas las cargas. Concretamente, en el sistema mksa en el que la unidad de carga eléctrica es derivada y se llama culombio (C), y en el vacío o espacio libre el valor de dicha constante es

$$k_0 = 9 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

Como ya hemos adelantado, el sistema mksa racionalizado es aquel que hace $k_0 = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}$, con lo que la ley de Coulomb adquiere la forma $F = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\dfrac{qq'}{r^2}$. En el vacío (subíndice cero) tendremos $k_0 = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}$, de donde

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0} = \frac{1}{4\pi(9\times 10^9)} = \frac{10^{-9}}{36} = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$$

Si el medio donde se hallan las cargas no es el vacío, la fuerza que aparece entre las cargas inducidas reduce la resultante. En el aire, el valor de ϵ es ligeramente superior a ϵ_0 y, en la práctica, se consideran iguales. Para otros medios distintos del aire, el valor de ϵ se define por

$$\epsilon = K\epsilon_0$$

en donde K es una constante de proporcionalidad adimensional que se llama *constante dieléctrica relativa* o *capacidad inductiva específica* del medio en cuestión. El valor $\epsilon = K\epsilon_0$ se denomina *permitividad* o *constante dieléctrica absoluta* del medio, con lo que ϵ_0 es la *permitividad del vacío*. Para el espacio libre, pues, $K = 1$ y $\epsilon = \epsilon_0$.

Hemos dicho anteriormente que la unidad de carga en el sistema mksa es el culombio (C); se puede definir como aquella carga que, situada frente a otra igual a 1 metro de distancia y en el vacío, se repelen con una fuerza de 9×10^9 newton. Los submúltiplos más utilizados del culombio son

$$1\ \mu\text{C} = 1\ \text{microculombio} = 10^{-6}\ \text{C}$$
$$1\ \text{pC} = 1\ \text{picoculombio} = 10^{-12}\ \text{C}$$

La carga elemental correspondiente al electrón ($-e$), o al protón ($+e$), vale $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C.

DIFERENCIA DE POTENCIAL v

La diferencia de potencial o tensión v entre dos puntos de un campo eléctrico es, por definición, el trabajo necesario para desplazar la unidad de carga eléctrica positiva de un punto al otro en contra o a favor de las fuerzas del campo. En el sistema mksa, la unidad de diferencia de potencial es el *voltio* (V) y corresponde al trabajo de 1 julio (J) al desplazar 1 culombio (C) de carga de uno al otro punto, es decir, 1 V = 1 J/C.

Si entre dos puntos existe una diferencia de potencial v (d.d.p.), el trabajo necesario para desplazar una carga q será qv y la carga se moverá del punto de mayor al de menor potencial.

Un agente o dispositivo, tal como una batería o un generador, posee una fuerza electromotriz (f.e.m.) si es capaz de suministrar a una carga eléctrica la energía suficiente para hacerla circular por él, del terminal de menor al de mayor potencial. La f.e.m. se mide por la d.d.p. en bornes del generador cuando no suministra corriente eléctrica, es decir, en circuito abierto.

CORRIENTE ELECTRICA i

Todo cuerpo con electrones libres capaces de moverse entre los átomos de la red cristalina del mismo se llama conductor. Una de las causas que origina este movimiento es la aplicación al conductor de una diferencia de potencial.

Cuando de un punto a otro de un conductor se desplaza una o más cargas eléctricas diremos que circula por él una corriente eléctrica. Si la carga se transfiere a una velocidad de 1 culombio por segundo (C/s) la corriente por el conductor tiene una intensidad de 1 amperio (A); es decir, 1 A = 1 C/s. En general, la intensidad de corriente instantánea i en un conductor es

$$i\,(\mathrm{A}) = \frac{dq\,(\mathrm{C})}{dt\,(\mathrm{s})}$$

Por convenio, se ha establecido como sentido positivo de la intensidad de la corriente eléctrica el opuesto al del movimiento de los electrones. Véase Figura 1-1.

Fig. 1-1

POTENCIA p

La potencia eléctrica p se define por el producto de la diferencia de potencial o tensión aplicada v y la intensidad de corriente i a que da lugar. La unidad de potencia es el vatio (W), de manera que 1 W = 1 V · A. Matemática se escribe:

$$p\,(\mathrm{W}) = v\,(\mathrm{V}) \times i\,(\mathrm{A})$$

Por definición, corriente eléctrica positiva es aquella que circula en el sentido indicado por la flecha que aparece en el generador o fuente de tensión, es decir, del terminal o polo negativo al positivo, como se indica en la Fig. 1-2. Si la potencia p es positiva quiere decir que la fuente entrega corriente al circuito, esto es, suministra energía.

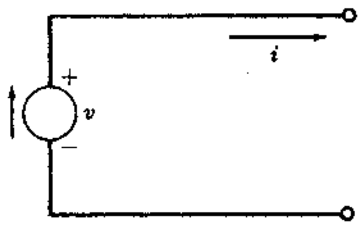


Fig. 1-2

En el caso de que la potencia p sea una función periódica del tiempo t, de periodo T, se define el valor medio por:

$$\text{Potencia media } P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt$$

ENERGIA w

Como la potencia p es la variación de energía transferida en la unidad de tiempo,

$$p = \frac{dw}{dt} \quad \text{de donde} \quad W = \int_{t_1}^{t_2} p\,dt$$

siendo W la energía total suministrada durante un intervalo de tiempo dado.

La unidad de energía, como ya dijimos, es el julio: 1 J = 1 W · s.

ELEMENTO RESISTIVO, BOBINA Y CONDENSADOR

Al suministrar energía eléctrica a un elemento pasivo de un circuito, éste se comporta o responde de una, o más, de estas tres formas. Si la energía la disipa el elemento, es *resistivo* puro; si la almacena en un campo magnético, es una *bobina* pura, y si la acumula en un campo eléctrico, es un *condensador* puro. En la práctica, los componentes de un circuito se comportan de más de una de dichas formas, y muchas veces de las tres simultáneamente; pero lo normal es que predomine uno de los efectos citados sobre los otros. Se puede diseñar una bobina con un gran coeficiente de autoinducción; sin embargo, el hilo con el que se fabrica presenta cierta resistencia imposible de anular; es un ejemplo típico de un elemento, bobina, que se comporta ante la energía eléctrica de dos maneras, es decir, tiene dos propiedades.

RESISTENCIA R

La diferencia de potencial $v(t)$ en bornes o terminales de un elemento resistivo puro es directamente proporcional a la intensidad de corriente $i(t)$ que circula por él. La constante de proporcionalidad R se llama resistencia eléctrica del elemento. Matemáticamente se expresa en la forma.

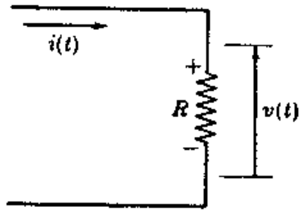


Fig. 1-3

$$v(t) = R\,i(t) \quad \text{o bien} \quad i(t) = \frac{v(t)}{R}$$

La unidad de medida de la resistencia en el sistema mksa es el ohmio (Ω) y corresponde a la resistencia de un elemento que al aplicarle una d.d.p. de 1 voltio circula por él 1 amperio, es decir, 1 Ω = 1 V/A.

Obsérvese que no se ha hecho restricción alguna sobre la forma de las funciones $v(t)$ e $i(t)$; pueden ser constantes en el tiempo, como ocurre en los circuitos de corriente continua (c.c.) o funciones trigonométricas seno o coseno, como en los circuitos de corriente alterna (c.a.).

Respecto a la notación, las funciones del tiempo las representaremos por letras minúsculas (v, i, p); las magnitudes constantes se indicarán por las mayúsculas correspondientes (V, I, P), así como los picos, valores máximos o amplitudes con el subíndice m (V_m, I_m, P_m).

AUTOINDUCCION L

Al variar con respecto al tiempo la corriente que circula por un circuito, el flujo magnético que lo atraviesa experimenta los mismos cambios. Ahora bien, toda variación de flujo magnético origina una fuerza electromotriz que se opone a dicha variación. En estas condiciones, si por una bobina circula una corriente de intensidad variable, se origina en ella una f.e.m. inducida v que es directamente proporcional, siempre que la permeabilidad magnética sea constante, a la variación con respecto al tiempo de dicha intensidad. Matemáticamente se expresa en la forma

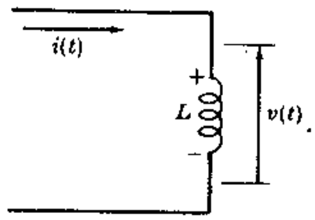


Fig. 1-4

$$v(t) = L\frac{di}{dt} \quad \text{o bien} \quad i(t) = \frac{1}{L}\int v\,dt$$

El coeficiente de proporcionalidad L se llama *coeficiente de autoinducción* o, simplemente, *autoinducción* de la bobina.

Si la tensión v se expresa en voltios (V) y di/dt en amperios/segundo (A/s) el coeficiente de autoinducción L se mide en voltios × segundo/amperio y se llama *henrio* (H); es decir, 1 H = 1 V · s/A. Según esto, una bobina tiene un coeficiente de autoinducción de 1 H si al circular por ella una corriente que varíe a razón de 1 A/s se induce una f.e.m. entre sus bornes de 1 V.

CAPACIDAD C

La diferencia de potencial v en bornes de un condensador es proporcional a la carga q en él almacenada. La constante de proporcionalidad C se llama *capacidad* del condensador. Matemáticamente se expresa en la forma

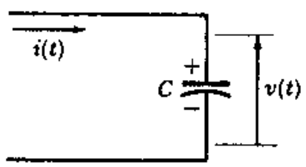


Fig. 1-5

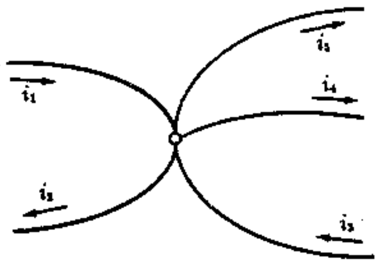
$$q(t) = C\,v(t), \quad i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dv}{dt}, \quad v(t) = \frac{1}{C}\int i\,dt$$

En el sistema mksa la unidad de capacidad se llama *faradio* (F). La capacidad de un condensador es de 1 faradio cuando almacena 1 culombio (C) de carga al aplicarle una d.d.p. de 1 voltio; es decir, 1 F = 1 C/V. Como se trata de una unidad muy grande, se emplean los submúltiplos siguientes:

$$1\ \mu F = 1 \text{ microfaradio} = 10^{-6}\ F \quad \text{y} \quad 1\ pF = 1 \text{ picofaradio} = 10^{-12}\ F$$

LEYES DE KIRCHHOFF

1. La suma de las intensidades de corriente que llegan a un nudo es igual a la suma de las intensidades que salen de él. Si se consideran positivas las corrientes que llegan y negativas las que salen, esta ley establece que la suma algebraica de las intensidades de todas las corrientes que concurren en un nudo es cero.

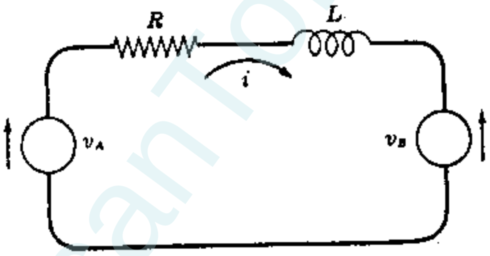


Σ intensidades que entran = Σ intensidades que salen

$$i_1 + i_3 = i_2 + i_4 + i_5$$

o bien $\quad i_1 + i_3 - i_2 - i_4 - i_5 = 0$

Fig. 1-6



Σ subidas de tensión = Σ caídas de tensión

$$v_A - v_B = Ri + L(di/dt)$$

o bien $\quad v_A - v_B - Ri - L(di/dt) = 0$

Fig. 1-7

2. En un circuito cerrado o malla, la suma algebraica de las fuerzas electromotrices aplicadas, o subidas de tensión, es igual a la suma algebraica de las caídas de tensión en todos los elementos pasivos. En otras palabras, la suma algebraica de las diferencias de potencial en todo circuito cerrado es nula. Es importante observar que las fuerzas electromotrices de las fuentes o generadores que contenga la malla han de sumarse algebraicamente, considerando como positivas las fuentes cuyo sentido de polaridades (*de* − *a* +) coincida con el asignado previamente a la corriente en el circuito.

Respuesta de los elementos pasivos de un circuito

Elemento	Tensión en bornes del elemento	Corriente por el elemento
Resistencia R (resistivo)	$v(t) = R\, i(t)$	$i(t) = \dfrac{v(t)}{R}$
Autoinducción L (bobina)	$v(t) = L\dfrac{di}{dt}$	$i(t) = \dfrac{1}{L}\displaystyle\int v\, dt$
Capacidad C (condensador)	$v(t) = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i\, dt$	$i(t) = C\dfrac{dv}{dt}$

Sistema internacional de unidades mksa

Magnitud		Unidad		Magnitud		Unidad	
Longitud	l	metro	m	Carga	$Q,\ q$	culombio	C
Masa	m	kilogramo	kg	Potencial	$V,\ v$	voltio	V
Tiempo	t	segundo	s	Corriente	$I,\ i$	amperio	A
Fuerza	$F,\ f$	newton	N	Resistencia	R	ohmio	Ω
Energía	$W,\ w$	julio	J	Autoinducción	L	henrio	H
Potencia	$P,\ p$	vatio	W	Capacidad	C	faradio	F

Problemas resueltos

1-1 En el circuito cerrado de la Fig. 1-8 la tensión aplicada es $V = 45$ voltios. Hallar la intensidad de la corriente que circula por él, así como la caída de tensión y la potencia disipada en cada elemento resistivo del mismo.

En una malla o circuito cerrado la suma algebraica de las subidas de la tensión (originadas por las fuerzas electromatrices de las fuentes) es igual a la suma correspondiente de las caídas en sus elementos. Por tanto,

$$V = (2)I + (6)I + (7)I, \qquad 45 = 15I, \qquad I = 3 \text{ A}$$

La caída de tensión en el elemento resistivo de $2\,\Omega$ es $V_2 = R_2 I = (2)(3) = 6$ V. Análogamente, $V_6 = (6)(3) = 18$ V, y $V_7 = 21$ V.

La potencia disipada por el elemento de $2\,\Omega$ es $P_2 = V_2 I = (6)(3) = 18$ W o bien $P_2 = R_2 I^2 = (2)(3)^2 = 18$ W. Análogamente, $P_6 = V_6 I = 54$ W, y $P_7 = V_7 I = 63$ W.

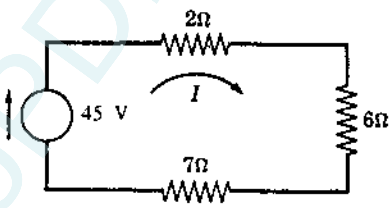


Fig. 1-8

1-2 Una corriente I_T se divide entre dos ramas en paralelo de resistencias R_1 y R_2 respectivamente, como indica la Fig. 1-9. Deducir las expresiones de las intensidades de corriente I_1 e I_2 en cada una de las ramas.

En cada rama, la caída de tensión ha de ser la misma: $V = R_1 I_1 = R_2 I_2$. Por consiguiente,

$$I_T = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$= R_1\left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}\right)I_1 = \left(\frac{R_2 + R_1}{R_2}\right)I_1$$

de donde $I_1 = \left(\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}\right)I_T$. Análogamente, $I_2 = \left(\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}\right)I_T$.

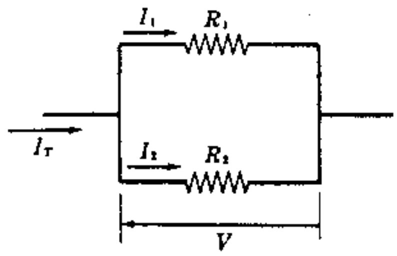


Fig. 1-9

1-3 Tres resistencias, R_1, R_2 y R_3, están asociadas en paralelo, como indica la Fig. 1-10. Deducir la expresión de la resistencia equivalente R_e del circuito.

Se supone aplicada una tensión $v(t)$ entre los puntos A y B, con lo cual circularán por las resistencias R_1, R_2 y R_3 unas corrientes de intensidades $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$, respectivamente. La corriente por R_e debe ser la intensidad total $i_T(t)$. Por tanto, $v(t) = R_1 i_1(t) = R_2 i_2(t) = R_3 i_3(t) = R_e i_T(t)$, y

$$i_T(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) \quad \text{o bien} \quad \frac{v(t)}{R_e} = \frac{v(t)}{R_1} + \frac{v(t)}{R_2} + \frac{v(t)}{R_3}$$

Es decir,
$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

En un circuito paralelo de dos ramas, $\dfrac{1}{R_e} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$, o bien $R_e = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

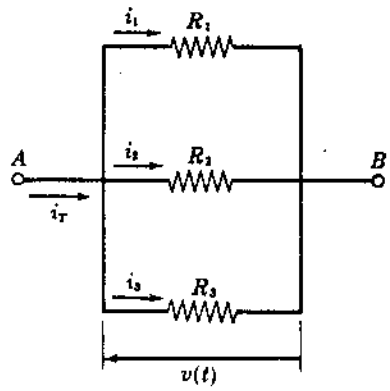


Fig. 1-10

1-4 El circuito de la Fig. 1-11 contiene dos fuentes de tensión constante, V_A y V_B. ¿Qué energía suministra cada una de ellas?

La suma de las subidas de tensión es igual a la suma de las caídas de tensión en todo circuito cerrado; por consiguiente,

$$20 - 50 = (1)I + (2)I, \qquad I = -10 \text{ A}$$

Potencia suministrada por $V_A = V_A I = 20(-10) = -200$ W.
Potencia suministrada por $V_B = V_B I = 50(10) = 500$ W.

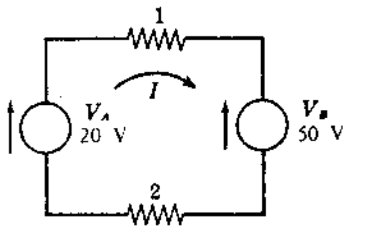


Fig. 1-11

1-5 En el circuito de la Fig. 1-12(a) la tensión del generador viene dada por $v(t) = 150 \text{ sen } \omega t$. Hallar la intensidad $i(t)$, la potencia instantánea $p(t)$ y la potencia media P.

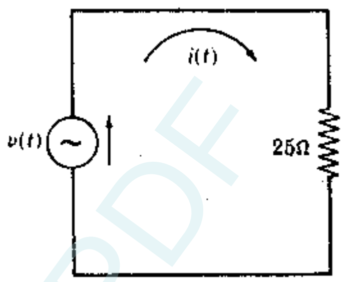


Fig. 1-12(a)

$$i(t) = \frac{1}{R}v(t) = \frac{150}{25} \text{ sen } \omega t = 6 \text{ sen } \omega t \text{ A}$$

$$p(t) = v(t)\, i(t) = (150 \text{ sen } \omega t)(6 \text{ sen } \omega t) = 900 \text{ sen}^2 \omega t \text{ W}$$

$$P = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi 900 \text{ sen}^2 \omega t \, d(\omega t) = \frac{900}{\pi}\int_0^\pi \tfrac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)\, d(\omega t)$$

$$= \frac{900}{2\pi}\left[\omega t - \tfrac{1}{2}\text{sen } 2\omega t\right]_0^\pi = 450 \text{ W}$$

La corriente $i(t)$ está relacionada, como hemos visto, con la tensión $v(t)$ por la constante R. La curva de potencia instantánea se puede deducir punto a punto multiplicando las ordenadas correspondientes de v e i, como se indica en la Fig. 1-12(b). Obsérvese que así como v e i son ambas positivas o ambas negativas en cualquier instante, su producto siempre es positivo. Esto concuerda con el principio de conservación de la energía, esto es: siempre que circula una corriente eléctrica a través de una resistencia se consume una energía eléctrica que ha de ser proporcionada constantemente por algún generador.

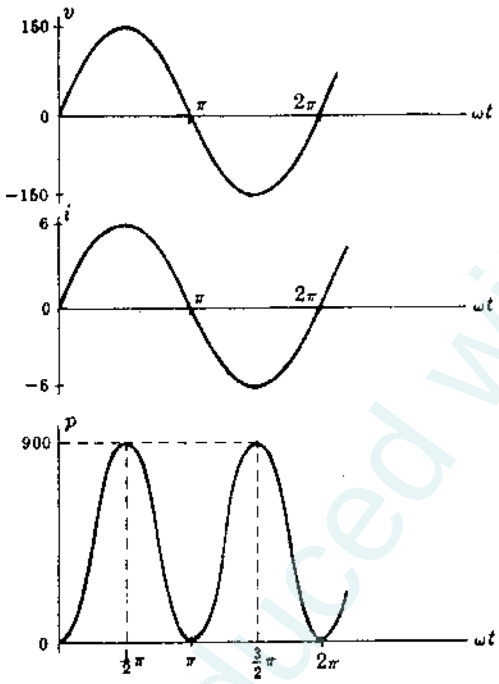


Fig. 1-12(b)

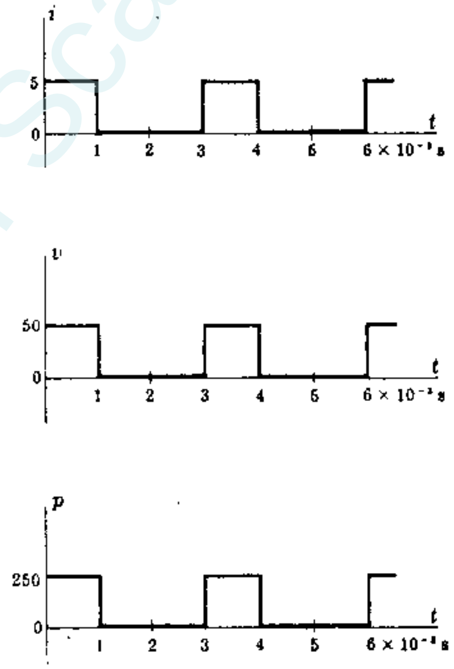


Fig. 1-13

1-6 La función de intensidad de corriente de la Fig. 1-13 es una onda cuadrada periódica. Con esta corriente, circulando por una resistencia pura de 10 ohmios, obtener las curvas de tensión $v(t)$ y de potencia $p(t)$ instantáneas.

La tensión es directamente proporcional a la intensidad de corriente, $v(t) = R\,i(t)$. El valor máximo es $Ri_{max} = (5)(10) = 50$ V.

La curva de potencia se obtiene punto a punto por el producto $p = vi$. El valor máximo es $v_{max}i_{max} = (50)(5) = 250$ W.

1-7 La función de intensidad de corriente de la Fig. 1-14 es un diente de sierra periódico que se aplica a una resistencia pura de 5 ohmios. Hallar los valores instantáneos $v(t)$ y $p(t)$ y la potencia media P.

Como $v(t) = R\,i(t)$, $v_{max} = Ri_{max} = (5)(10) = 50$ V

Para $0 < t < 2 \times 10^{-3}$ s, $i = \frac{10}{2 \times 10^{-3}}t = 5 \times 10^3 t$. Por tanto,

$$v = Ri = 25 \times 10^3 t, \quad p = vi = 125 \times 10^6 t^2, \quad P = \frac{1}{2 \times 10^{-3}}\int_0^{2\times 10^{-3}} 125 \times 10^6 t^2\, dt = 167 \text{ W}$$

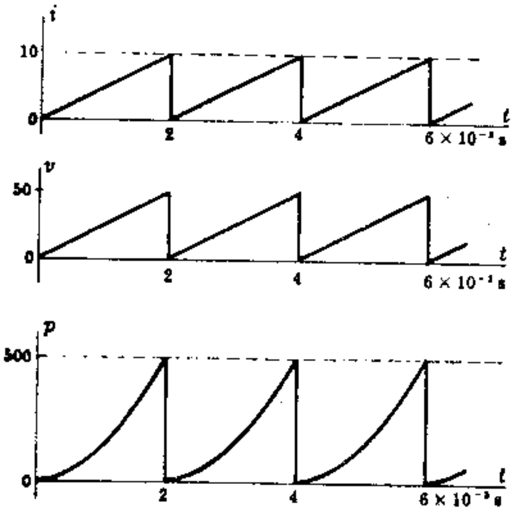


Fig. 1-14

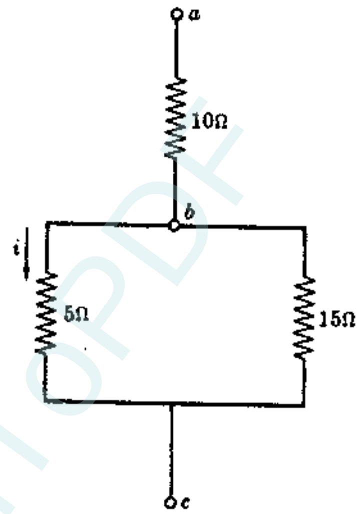


Fig. 1-15

1-8 En el circuito de la Fig. 1-15, la intensidad de corriente por la resistencia de 5 ohmios es $i(t) = 6$ sen ωt amperios. (*a*) Hallar la corriente en las resistencias de 15 y de 10 ohmios, así como las tensiones entre *a* y *b* y entre *b* y *c*. (*b*) Calcular la potencia media e instantánea consumida en cada resistencia.

(*a*) La tensión v_{bc} en las resistencias de 5 Ω y 15 Ω ha de ser la misma; por tanto,

$$v_{bc} = R_5 i_5 = (5)(6 \text{ sen } \omega t) = 30 \text{ sen } \omega t \quad \text{e} \quad i_{15} = v_{bc}/R_{15} = 2 \text{ sen } \omega t$$

Ahora bien, $i_{10} = i_{15} + i_5 = 8$ sen ωt, con lo que $v_{ab} = R_{10} i_{10} = 80$ sen ωt

(*b*) La potencia instantánea es $p = vi$. De esta forma, $p_5 = (30 \text{ sen } \omega t)(6 \text{ sen } \omega t) = 180 \text{ sen}^2 \omega t$. Análogamente, $p_{15} = 60 \text{ sen}^2 \omega t$ y $p_{10} = 640 \text{ sen}^2 \omega t$.

La potencia media en la resistencia de 5 Ω es

$$P_5 = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi 180 \text{ sen}^2 \omega t \, d(\omega t) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi 180[\tfrac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)] \, d(\omega t) = 90 \text{ W}$$

Del mismo modo se obtienen $P_{15} = 30$ W y $P_{10} = 320$ W.

1-9 En bornes de una resistencia pura de 2 ohmios se aplica una tensión $v(t)$ dada por

$$v(t) = 50\left[1 - \frac{(\omega t)^2}{2!} + \frac{(\omega t)^4}{4!} - \frac{(\omega t)^6}{6!} + \cdots\right] \text{voltios}$$

Determinar la intensidad de corriente y potencia disipada por este elemento.

Desarrollando cos x en serie de potencias de x, $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$.

Por consiguiente, $v(t) = 50 \cos \omega t$, $i(t) = 25 \cos \omega t$, $p(t) = 1250 \cos^2 \omega t$, y $P = 625$ W.

1-10 En bornes de una bobina pura de autoinducción $L = 0{,}02$ henrios se aplica la tensión $v(t) = 150$ sen $1000t$. Hallar la corriente $i(t)$, la potencia instantánea $p(t)$ y la potencia media P.

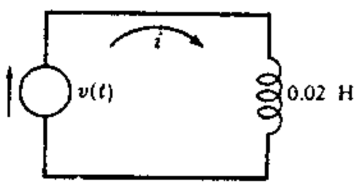


Fig. 1-16(*a*)

$$i(t) = \frac{1}{L}\int v(t)\,dt = \frac{1}{0{,}02}\int 150 \text{ sen } 1000t \, dt$$
$$= \frac{150}{0{,}02}\left(\frac{-\cos 1000t}{1000}\right) = -7{,}5 \cos 1000t \text{ A}$$

$p = vi = -150(7{,}5)(\tfrac{1}{2} \text{ sen } 2000t) = -562{,}5 \text{ sen } 2000t$ W. [sen x cos $x = \frac{1}{2}$ sen $2x$.] Evidentemente, la potencia media P es cero, como se indica en la Figura 1-16(*b*).

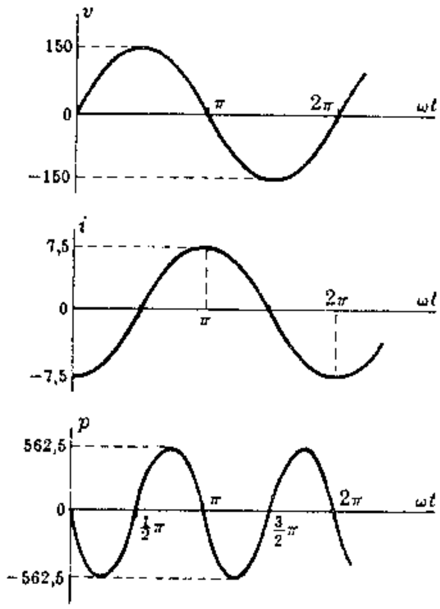


Fig. 1-16(b)

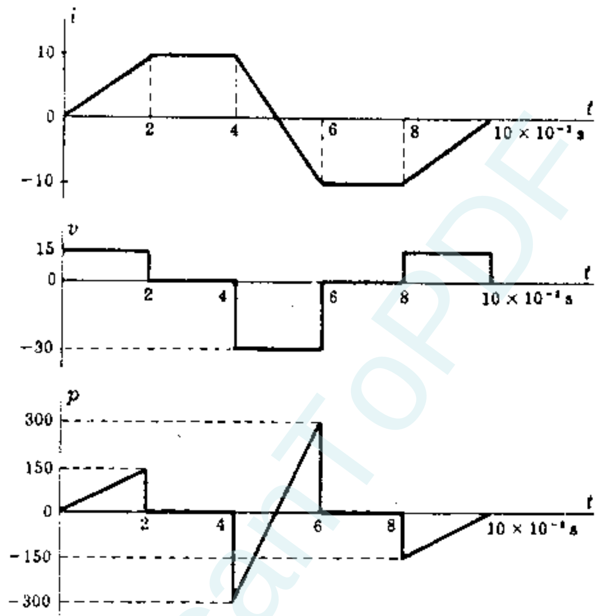


Fig. 1-17

1-11 Por una bobina pura de autoinducción igual a 3 milihenrios circula una corriente cuya forma de onda es la representada en la Fig. 1-17. Dibujar la gráfica de la tensión $v(t)$ y de la potencia instantánea $p(t)$. ¿Cuál es la potencia media P?

La intensidad de corriente instantánea $i(t)$ viene dada por (véase Fig. 1-17):

(1) $0 < t < 2$ ms $\quad i = 5 \times 10^3 t$
(2) $2 < t < 4$ ms $\quad i = 10$
(3) $4 < t < 6$ ms $\quad i = 10 - 10 \times 10^3(t - 4 \times 10^{-3}) = 50 - 10 \times 10^3 t$
(4) $6 < t < 8$ ms $\quad i = -10$
(5) $8 < t < 10$ ms $\quad i = -10 + 5 \times 10^3(t - 8 \times 10^{-3}) = -50 + 5 \times 10^3 t$

Las tensiones correspondientes son:

(1) $v_L = L\dfrac{di}{dt} = 3 \times 10^{-3}\dfrac{d}{dt}(5 \times 10^3 t) = 15$ V

(2) $v_L = L\dfrac{di}{dt} = 3 \times 10^{-3}\dfrac{d}{dt}(10) = 0$

(3) $v_L = L\dfrac{di}{dt} = 3 \times 10^{-3}\dfrac{d}{dt}(50 - 10 \times 10^3 t) = -30$ V, etc.

Los valores de la potencia instantánea correspondiente son:

(1) $p = vi = 15(5 \times 10^3 t) = 75 \times 10^3 t$ W
(2) $p = vi = 0(10) = 0$ W
(3) $p = vi = -30(50 - 10 \times 10^3 t) = -1500 + 300 \times 10^3 t$ W, etc.

La potencia media P es, evidentemente, nula.

1-12 En el circuito constituido por dos bobinas de autoinducción L_1 y L_2 conectadas en serie se introduce un generador de tensión $v(t)$. Hallar la autoinducción equivalente L_e que puede sustituirlas y por la que circularía la misma intensidad de corriente.

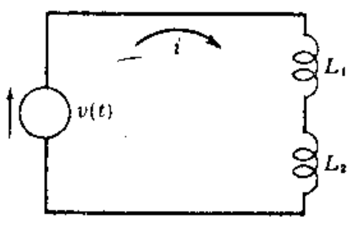


Fig. 1-18

Tensión aplicada = caída de tensión en L_1 + caída de tensión en L_2.

$$v(t) = L_e\frac{di}{dt} = L_1\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt}$$

de donde $\quad L_e = L_1 + L_2$.

1-13 Hallar la autoinducción L_e de la bobina equivalente a dos bobinas de autoinducciones L_1 y L_2 asociadas en paralelo como se representa en la Figura 1-19.

Supongamos aplicada una tensión $v(t)$ en los bornes de la asociación en paralelo, y que las corrientes que circulan por L_1 y L_2 sean i_1 e i_2, respectivamente. Como la intensidad total i_T es la suma de las intensidades en cada rama,

$$i_T = i_1 + i_2 \quad \text{o bien} \quad \frac{1}{L_e}\int v\,dt = \frac{1}{L_1}\int v\,dt + \frac{1}{L_2}\int v\,dt$$

Por tanto, $$\frac{1}{L_e} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \quad \text{o bien} \quad L_e = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

El recíproco de la autoinducción de la bobina equivalente a un número cualquiera de bobinas asociadas en paralelo es la suma de los recíprocos de las autoinducciones individuales.

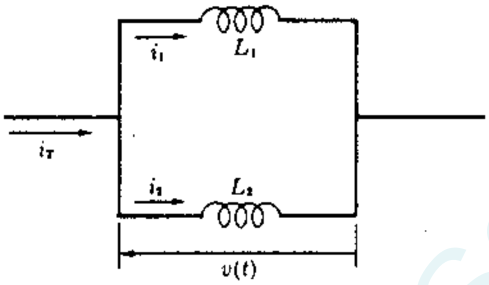


Fig. 1-19

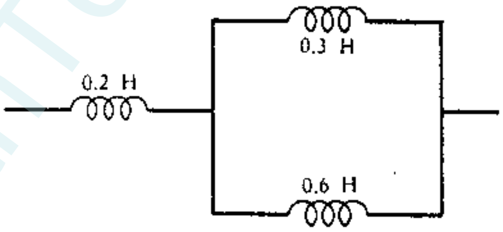


Fig. 1-20

1-14 Tres bobinas puras están conectadas como indica la Fig. 1-20. ¿Cuál es la autoinducción equivalente L_e de la bobina que puede sustituir a todo el circuito?

La autoinducción equivalente de la asociación en paralelo es $L_p = \dfrac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} = \dfrac{(0,3)(0,6)}{0,3 + 0,6} = 0,2$ H.

La autoinducción equivalente del circuito es $L_e = 0,2 + L_p = 0,4$ H.

1-15 Por una bobina pura circula una corriente de intensidad $i(t) = I_m \operatorname{sen} \omega t$. Suponiendo que la energía almacenada en el campo magnético es cero para $t = 0$, obtener y dibujar la función de energía $w(t)$.

$$v(t) = L\frac{d}{dt}(I_m \operatorname{sen} \omega t) = \omega L I_m \cos \omega t$$

$$p(t) = vi = \omega L I_m^2 \operatorname{sen} \omega t \cos \omega t = \tfrac{1}{2}\omega L I_m^2 \operatorname{sen} 2\omega t$$

$$w(t) = \int_0^t \tfrac{1}{2}\omega L I_m^2 \operatorname{sen} 2\omega t\, dt = \tfrac{1}{4} L I_m^2 [-\cos 2\omega t + 1] = \tfrac{1}{2} L I_m^2 \operatorname{sen}^2 \omega t$$

Para $\omega t = \pi/2,\ 3\pi/2,\ 5\pi/2$, etc., la energía almacenada es máxima e igual a $\frac{1}{2}LI_m^2$. Para $\omega t = 0,\ \pi,\ 2\pi,\ 3\pi$, etc., dicha energía es cero. En la Fig. 1-21 se pueden observar estos resultados.

Cuando $p(t)$ es positiva, la energía se almacena en la bobina. En los intervalos de $p(t)$ negativa, la energía del campo magnético pasa de la bobina al generador. Así, pues, una bobina pura no consume energía. La potencia media es nula y no existe transmisión de energía.

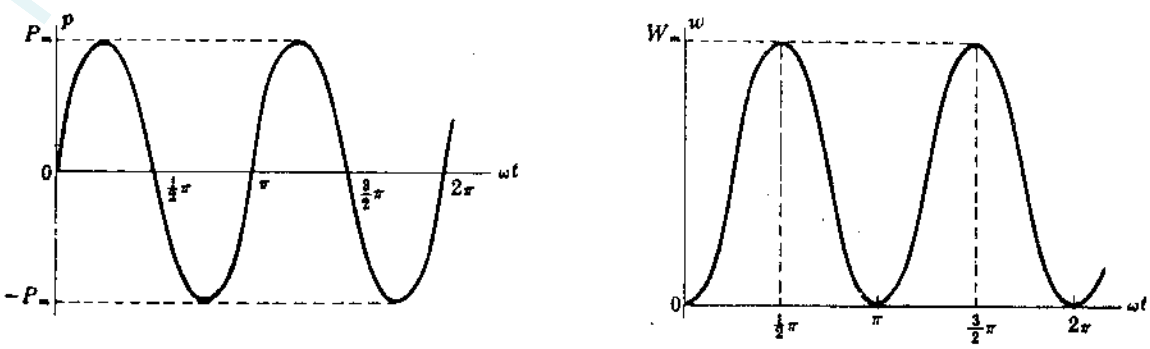


Fig. 1-21

1-16 Consideremos un condensador puro al que se le aplica una tensión $v(t) = V_m$ sen ωt. Hallar la intensidad $i(t)$, la potencia $p(t)$, la carga $q(t)$ y la energía $w(t)$ almacenada en el campo eléctrico suponiendo que $w(t) = 0$ en el instante $t = 0$.

$$
\begin{aligned}
i(t) &= C\,dv/dt = \omega C V_m \cos\omega t \text{ A}\\
p(t) &= vi = \tfrac{1}{2}\omega C V_m^2 \operatorname{sen} 2\omega t \text{ W}\\
q(t) &= Cv = CV_m \operatorname{sen}\omega t \text{ C}\\
w(t) &= \int_0^t p\,dt = \tfrac{1}{4}CV_m^2(1-\cos 2\omega t) = \tfrac{1}{2}CV_m^2 \operatorname{sen}^2\omega t \text{ J}
\end{aligned}
$$

Para $\omega t = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$, etc., la energía almacenada es máxima e igual a $\frac{1}{2}CV_m^2$. Cuando $t = 0, \pi, 2\pi, 3\pi$, etc., la energía almacenada es nula. Todo esto se pone de manifiesto en la Figura 1-22.

Durante los intervalos en que $p(t)$ es positiva, la energía pasa del generador al campo eléctrico del condensador y se va almacenando en él. Cuando $p(t)$ es negativa, la energía almacenada retorna al generador. La potencia media es nula y no existe transmisión de energía.

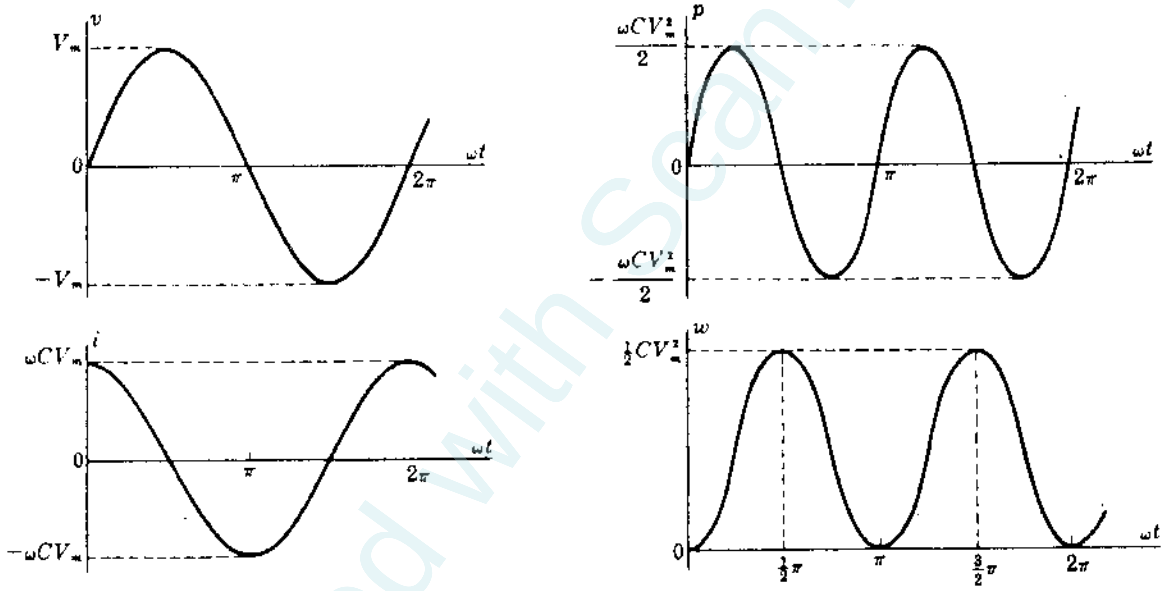


Fig. 1-22

1-17 Hallar la capacidad equivalente de la asociación en paralelo de los dos condensadores C_1 y C_2 que se indican en la Figura 1-23.

Supongamos aplicada una tensión $v(t)$ a la combinación en paralelo de dichos condensadores, y sean i_1 e i_2 las intensidades de corrientes que circulan por C_1 y C_2, respectivamente. En estas condiciones, si la intensidad total es i_T,

$$i_T = i_1 + i_2 \quad \text{o bien} \quad C_e \frac{d}{dt}v(t) = C_1\frac{d}{dt}v(t) + C_2\frac{d}{dt}v(t), \text{ con lo que } C_e = C_1 + C_2$$

La capacidad del condensador equivalente de un número cualquiera de condensadores asociados en paralelo es la suma de las capacidades individuales.

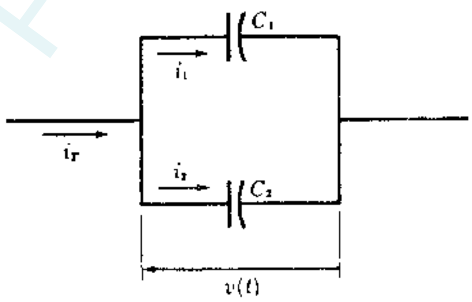


Fig. 1-23

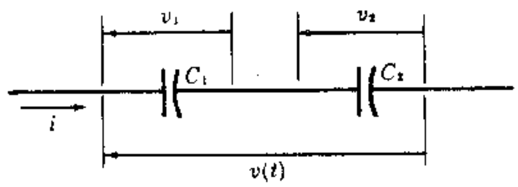


Fig. 1-24

1-18 Hallar la capacidad equivalente C_e de la asociación en serie de los dos condensadores C_1 y C_2 que se indican en la Figura 1-24.

Supongamos aplicada una determinada tensión al circuito serie. Se ha de verificar:

Tensión aplicada = caída de tensión en C_1 + caída de tensión en C_2

$$\frac{1}{C_e}\int i(t)\,dt \;=\; \frac{1}{C_1}\int i(t)\,dt + \frac{1}{C_2}\int i(t)\,dt$$

Por tanto,
$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} \quad \text{o bien} \quad C_e = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$

El recíproco de la capacidad del condensador equivalente de un número cualquiera de condensadores asociados en serie es la suma de los recíprocos de las capacidades individuales.

1-19 Hallar la capacidad equivalente C_e de la asociación de condensadores representada en la Figura 1-25.

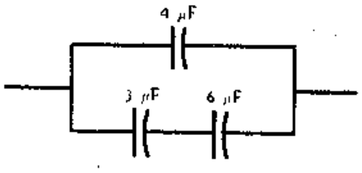


Fig. 1-25

La capacidad equivalente de la rama serie es

$$C_s = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{(3)(6)}{3+6} = 2\ \mu\text{F}$$

Por tanto, la capacidad equivalente pedida es

$$C_e = 4 + C_s = 6\ \mu\text{F} = 6\times 10^{-6}\ \text{F}.$$

1-20 Por el circuito serie de la figura circula una corriente de intensidad $i(t)$ cuya forma de onda se indica en la Fig. 1-26. Hallar la tensión en cada elemento y representarlas gráficamente con la misma escala de tiempos. Representar, asimismo, la carga $q(t)$ del condensador.

En bornes de la resistencia: $v_R = Ri$

La gráfica de v_R es semejante a la de intensidad de corriente, pero con un valor de pico igual a (2)(10) = 20 V.

En bornes de la bobina: $v_L = L\,di/dt$

(1) $0 < t < 1$ ms $\quad i = 10\times 10^3 t$

$$v_L = (2\times 10^{-3})(10\times 10^3) = 20$$

(2) $1 < t < 2$ ms $\quad i = 10$

$$v_L = (2\times 10^{-3})(0) = 0$$

etc.

En bornes del condensador: $v_C = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i\,dt$

(1) $0<t<1$ ms
$$v_C = \frac{1}{500\times 10^{-6}}\int_0^t (10\times 10^3 t)\,dt = 10\times 10^6 t^2$$

(2) $1<t<2$ ms
$$v_C = 10 + \frac{1}{500\times 10^{-6}}\int_{10^{-3}}^{t}(10)\,dt = 10 + 20\times 10^3(t-10^{-3})$$

etc.

La gráfica de q se obtiene fácilmente a partir de la relación $q = Cv_C$. Obsérvese que cuando i es positiva, q y v_C aumentan, es decir, la carga del condensador y la tensión entre sus armaduras aumentan simultáneamente. Cuando i es negativa, ambas disminuyen.

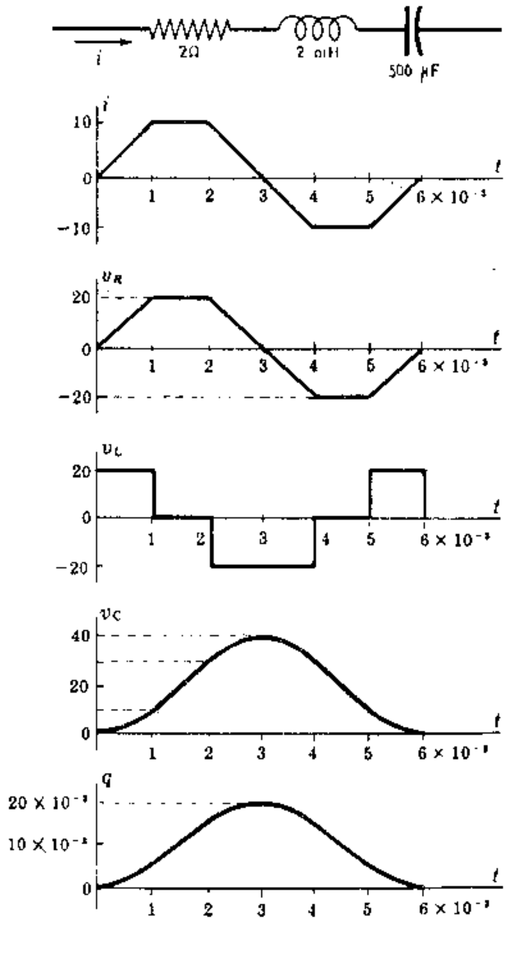


Fig. 1-26

Problemas propuestos

1-21 Tres elementos de resistencias R_1, R_2, R_3 están asociados en serie y el conjunto se alimenta con una tensión constante V. La caída de tensión en R_1 es de 20 voltios, la potencia disipada en R_2 es de 25 vatios y la resistencia R_3 vale 2 ohmios. Hallar la tensión V sabiendo que la intensidad que circula por el circuito es de 5 amperios.
Sol. 35 V

1-22 La resistencia equivalente R_e de dos en paralelo, R_1 y R_2, vale $\frac{10}{3}$ ohmios. Una corriente circulando por el circuito en paralelo se divide entre las dos resistencias en la proporción 2 a 1. Hallar los valores de R_1 y R_2.
Sol. $R_1 = 5\ \Omega$; $R_2 = 10\ \Omega$.

1-23 (*a*) Hallar la resistencia equivalente R_e de las cuatro resistencias de la Figura 1-27.
(*b*) Aplicando una tensión constante $V = 100$ voltios al conjunto, ¿qué resistencia disipará mayor potencia?
Sol. (*a*) $R_e = 5{,}42\ \Omega$;
(*b*) La resistencia de 5 Ω disipa $P = 957$ W

Fig. 1-27

1-24 Un circuito se alimenta por dos generadores de tensión constante, como se indica en la Fig. 1-28. Hallar la potencia P suministrada por cada generador. *Sol.* $P_{25} = 75$ W; $P_5 = 15$ W

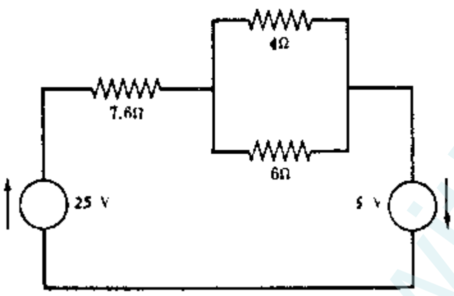


Fig. 1-28

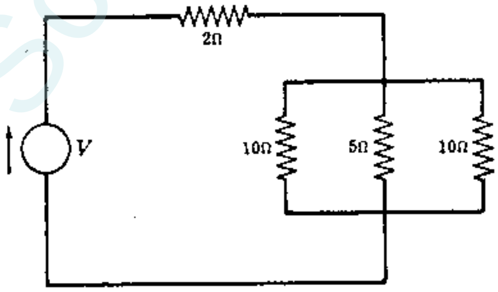


Fig. 1-29

1-25 En el circuito de la Fig. 1-29 hallar la tensión constante V sabiendo que la intensidad de la corriente que circula por la resistencia de 5 ohmios es de 14 amperios. *Sol.* 126 V

1-26 ¿Cuál es la intensidad de corriente suministrada por el generador de 50 voltios de d.d.p. en bornes a la asociación de resistencias del circuito de la Figura 1-30? *Sol.* 13,7 A

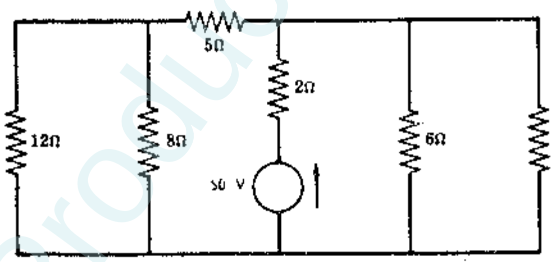


Fig. 1-30

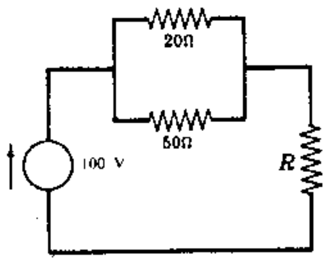


Fig. 1-31

1-27 Hallar el valor de la resistencia R de la Fig. 1-31 si la caída de tensión en ella vale 25 voltios. *Sol.* 4,76 Ω

1-28 ¿A qué valor debe ajustarse la resistencia R de la Fig. 1-32 para que la potencia disipada en la resistencia de 5 ohmios sea de 20 vatios?
Sol. 16 Ω

1-29 Una resistencia de 10 ohmios está conectada en serie con la asociación en paralelo de dos resistencias de 15 y 5 ohmios. Si la intensidad de corriente constante que circula por la resistencia de 5 ohmios es de 6 amperios, hallar la potencia total disipada en las tres resistencias. *Sol.* 880 W

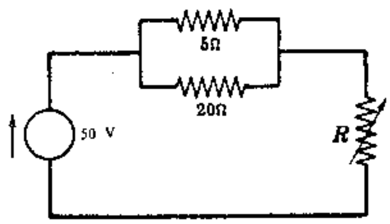


Fig. 1-32

Problemas propuestos

1-21 Tres elementos de resistencias R_1, R_2, R_3 están asociados en serie y el conjunto se alimenta con una tensión constante V. La caída de tensión en R_1 es de 20 voltios, la potencia disipada en R_2 es de 25 vatios y la resistencia R_3 vale 2 ohmios. Hallar la tensión V sabiendo que la intensidad que circula por el circuito es de 5 amperios.
Sol. 35 V

1-22 La resistencia equivalente R_e de dos en paralelo, R_1 y R_2, vale $\frac{10}{3}$ ohmios. Una corriente circulando por el circuito en paralelo se divide entre las dos resistencias en la proporción 2 a 1. Hallar los valores de R_1 y R_2.
Sol. $R_1 = 5\ \Omega$; $R_2 = 10\ \Omega$.

1-23 (*a*) Hallar la resistencia equivalente R_e de las cuatro resistencias de la Figura 1-27.
(*b*) Aplicando una tensión constante $V = 100$ voltios al conjunto, ¿qué resistencia disipará mayor potencia?
Sol. (*a*) $R_e = 5{,}42\ \Omega$;
(*b*) La resistencia de 5 Ω disipa $P = 957$ W

Fig. 1-27

1-24 Un circuito se alimenta por dos generadores de tensión constante, como se indica en la Fig. 1-28. Hallar la potencia P suministrada por cada generador. *Sol.* $P_{25} = 75$ W; $P_5 = 15$ W

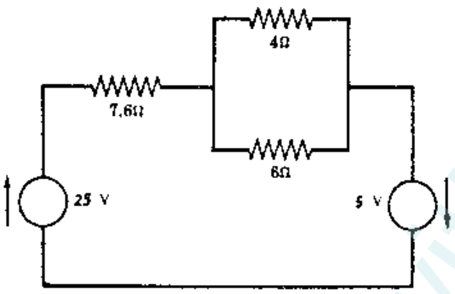


Fig. 1-28

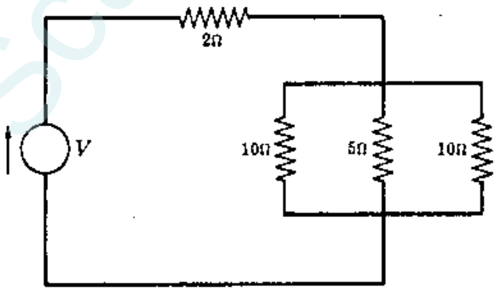


Fig. 1-29

1-25 En el circuito de la Fig. 1-29 hallar la tensión constante V sabiendo que la intensidad de la corriente que circula por la resistencia de 5 ohmios es de 14 amperios. *Sol.* 126 V

1-26 ¿Cuál es la intensidad de corriente suministrada por el generador de 50 voltios de d.d.p. en bornes a la asociación de resistencias del circuito de la Figura 1-30? *Sol.* 13,7 A

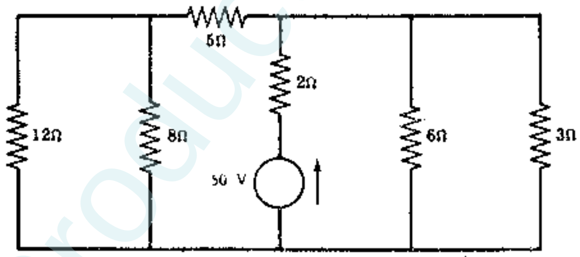


Fig. 1-30

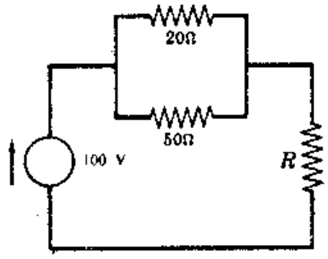


Fig. 1-31

1-27 Hallar el valor de la resistencia R de la Fig. 1-31 si la caída de tensión en ella vale 25 voltios. *Sol.* 4,76 Ω

1-28 ¿A qué valor debe ajustarse la resistencia R de la Fig. 1-32 para que la potencia disipada en la resistencia de 5 ohmios sea de 20 vatios?
Sol. 16 Ω

1-29 Una resistencia de 10 ohmios está conectada en serie con la asociación en paralelo de dos resistencias de 15 y 5 ohmios. Si la intensidad de corriente constante que circula por la resistencia de 5 ohmios es de 6 amperios, hallar la potencia total disipada en las tres resistencias. *Sol.* 880 W

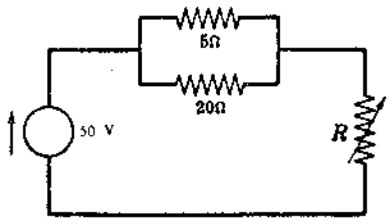


Fig. 1-32

1-30 Las autoinducciones L_1 y L_2 de las bobinas de la Fig. 1-33 están en la relación 2 a 1. Sabiendo que la autoinducción equivalente L_e de las tres vale 0,7 henrios, hallar los valores de L_1 y L_2.
Sol. $L_1 = 0{,}6$ H; $L_2 = 0{,}3$ H

1-31 Las tres bobinas en paralelo de la Fig. 1-34 equivalen a una bobina de autoinducción L_e igual a 0,0755 henrios. (*a*) Hallar el valor de la autoinducción desconocida L. (*b*) ¿Existe algún valor de L que haga L_e igual a 0,5 henrios? (*c*) ¿Cuál sería el valor máximo de L_e si la autoinducción L se pudiera ajustar sin límites?
Sol. (*a*) $L = 0{,}1$ H; (*b*) no; (*c*) 0,308 H

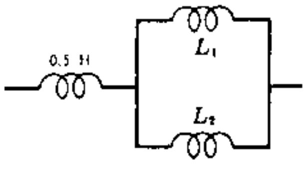


Fig. 1-33

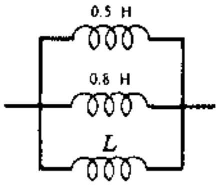


Fig. 1-34

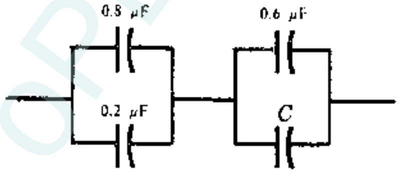


Fig. 1-35

1-32 Hallar el valor de C para que la capacidad del condensador equivalente a la asociación de la Fig. 1-35 sea de 0,5 microfaradios. *Sol.* 0,4 μF

1-33 A la asociación de los cuatro condensadores representados en la Fig. 1-36 se aplica una tensión constante de 100 voltios. Hallar la carga q en culombios que adquiere cada condensador.

Sol. $q_{0,8} = 40$ μC; $q_{0,2} = 10$ μC;
$q_{0,3} = 15$ μC; $q_{0,7} = 35$ μC

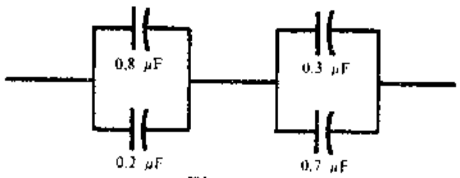


Fig. 1-36

1-34 Los dos condensadores de la Fig. 1-37 se cargan mediante una conexión momentánea a tensión constante de 50 voltios entre los bornes A y B. A continuación, se unen dichos terminales A y B sin el generador de 50 voltios. Determinar la carga final de cada condensador.
Sol. $q_{20} = 444{,}33$ μC; $q_{40} = 888{,}67$ μC

Fig. 1-37

1-35 Demostrar que al aplicar una tensión $v = V_m \operatorname{sen} \omega t$ a una resistencia pura R, la energía viene dada por $w = \dfrac{V_m^2}{2R}\left(t - \dfrac{\operatorname{sen} 2\omega t}{2\omega}\right)$.

1-36 Por una bobina de autoinducción L circula una corriente de intensidad $i = I_m[1 - e^{-\frac{R}{L}t}]$. Demostrar que la máxima energía almacenada en el campo magnético es $W_m = \frac{1}{2}LI_m^2$, siendo $i = 0$ para $t < 0$.

1-37 Si la intensidad de corriente que pasa por un condensador es $i = \dfrac{V_m}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$, demostrar que la máxima energía almacenada en el campo eléctrico es $W_m = \frac{1}{2}CV_m^2$, siendo $i = 0$ para $t < 0$.

1-38 En el circuito RC de la Fig. 1-38 la energía total disipada en la resistencia de 10 ohmios cuando se cierra el interruptor es de $3{,}6 \times 10^{-3}$ julios. Hallar el valor de la carga inicial q_0 del condensador. *Sol.* $q_0 = 120$ μC.

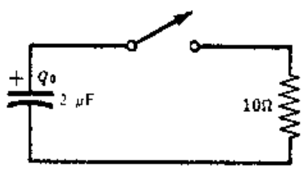
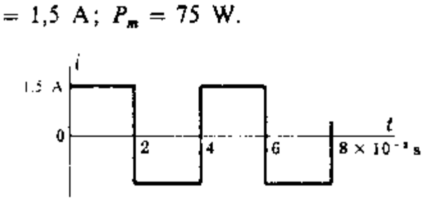


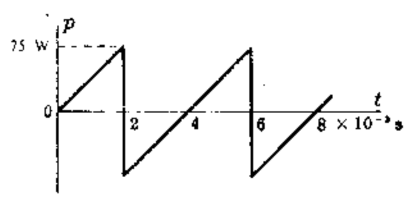
Fig. 1-38

1-39 Demostrar que las expresiones $\frac{1}{2}CV^2$ y $\frac{1}{2}LI^2$ tienen dimensiones de una energía w.

1-40 A un condensador de 60 microfaradios se le aplica una tensión cuya forma de onda es la representada en la Fig. 1-39. Dibujar $i(t)$, $p(t)$ y calcular I_m y P_m.
Sol. $I_m = 1{,}5$ A; $P_m = 75$ W.

Fig. 1-39





1-41 Hallar la expresión de la intensidad de corriente que atraviesa un condensador si la tensión entre sus placas viene dada por

$$v = V_m\left[\omega t - \frac{(\omega t)^3}{3!} + \frac{(\omega t)^5}{5!} - \frac{(\omega t)^7}{7!} + \cdots\right].$$

Sol. $i = \omega C V_m\left[1 - \frac{(\omega t)^2}{2!} + \frac{(\omega t)^4}{4!} - \frac{(\omega t)^6}{6!} + \cdots\right]$ o bien $i = \omega C V_m \cos \omega t$

1-42 Por un condensador puro de 25 microfaradios de capacidad circula una corriente cuya forma de onda es la representada en la Fig. 1-40. Obtener la forma de onda de la tensión y determinar los valores máximos V_m y Q_m.

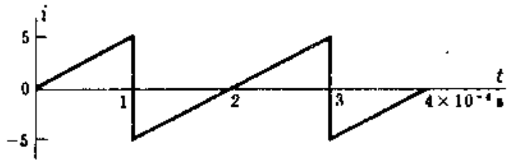
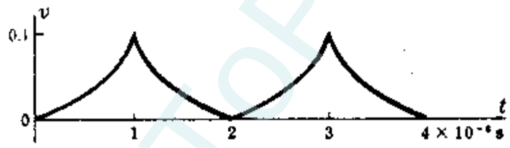


Fig. 1-40

Sol.



$V_m = 0.1$ V. $Q_m = 2.5\ \mu C$

1-43 La función que expresa la carga de un condensador de 2 microfaradios de capacidad es $q = 100[1 + e^{-5 \times 10^4 t}]$ microculombios. Determinar las funciones correspondientes de la tensión y de intensidad de corriente.
Sol. $v = 50[1 + e^{-5 \times 10^4 t}]$ V; $i = -5e^{-5 \times 10^4 t}$ A.

1-44 Por una bobina de autoinducción L circula una corriente cuya forma de onda de su intensidad es la representada en la Fig. 1-41. Sabiendo que la forma de onda de la tensión correspondiente tiene un valor de pico de 100 voltios, hallar el coeficiente L. Dibujar la forma de onda de la tensión. *Sol.* $L = 0{,}5$ H.

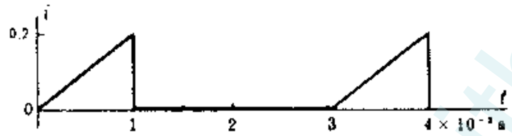
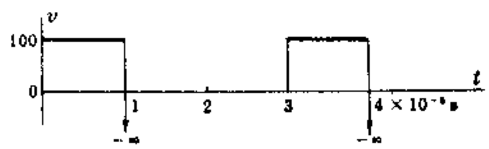


Fig. 1-41



Nota. En la práctica, no es posible que la corriente que circula por una bobina sea una función discontinua, como ocurre con la forma de onda de esta corriente en los instantes $t = 1$ ms y $t = 4$ ms, ya que la tensión es la primera derivada de la intensidad respecto del tiempo y esta derivada tiene un valor negativo infinito en los puntos de discontinuidad, en los que la forma de onda de la tensión tendría unos valores negativos infinitos.

1-45 En los bornes o terminales de una bobina pura de autoinducción 0,05 henrios se aplica una tensión cuya forma de onda es la representada en la Fig. 1-42. Obtener la forma de onda correspondiente a la intensidad de corriente así como la expresión de i en el intervalo $0 < t < 2$ milisegundos. *Sol.* $i = 5 \times 10^5 t^2$.

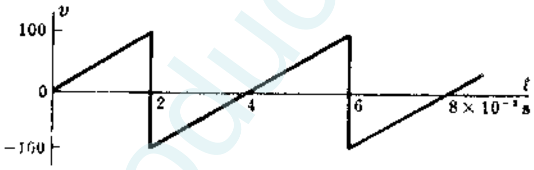
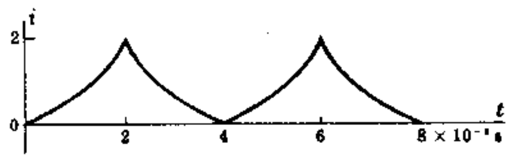


Fig. 1-42



1-46 En la Fig. 1-43 se muestra la intensidad de corriente que circula por un circuito serie constituido por una resistencia de 20 ohmios y una bobina de 1 henrio de autoinducción. Obtener las formas de onda de la caída de tensión en la resistencia v_R, en la autoinducción v_L y su suma.
Sol. Para $0 < t < 0{,}1$ s;
$v_R = 200e^{-200t}$; $v_L = -200e^{-200t}$; $v_T = 0$.

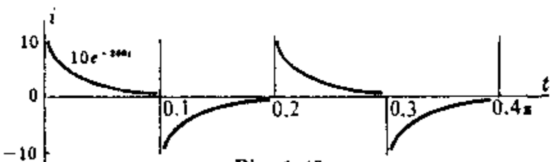
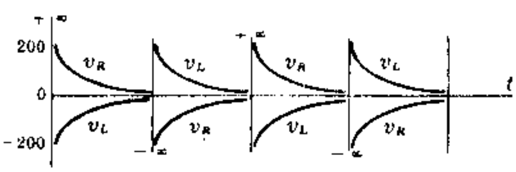
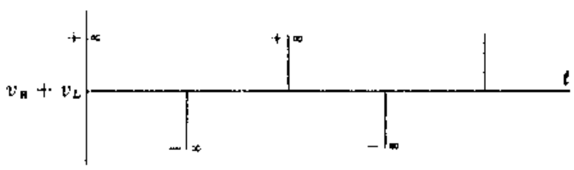


Fig. 1-43





1-47 Por un circuito serie compuesto por una resistencia $R = 5$ ohmios y una bobina de $L = 0{,}004$ henrios circula una corriente cuya forma de onda de su intensidad es la representada en la Fig. 1-44. Obtener las gráficas de v_R y v_L.

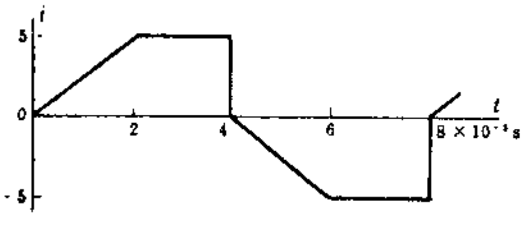
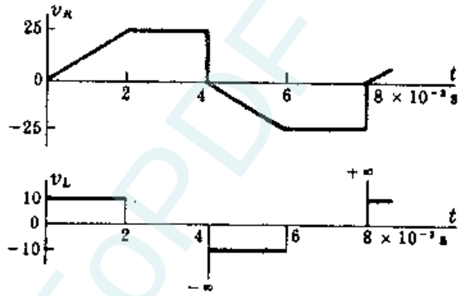


Fig. 1-44

Sol.



1-48 A un circuito serie RL, con $R = 10$ ohmios y $L = 0{,}5$ henrios, se le aplica una tensión senoidal. La intensidad de corriente resultante es $i = 0{,}822\ e^{-20t} + 0{,}822$ sen $(377t - 86{,}96°)$. Hallar las caídas de tensión correspondientes v_R, v_L y v_T.
Sol. $v_R = 8{,}22\ e^{-20t} + 8{,}22$ sen $(377t - 86{,}96°)$;
$v_L = -8{,}22\ e^{-20t} + 155$ cos $(377t - 86{,}96°)$;
$v_T = 155$ sen $377t$.

1-49 Por un circuito serie RL, con $R = 100$ ohmios y $L = 0{,}05$ henrios, circula una corriente cuya función de intensidad se detalla a continuación. Hallar los valores de v_R y v_L en cada intervalo.
(1) $0 < t < 10 \times 10^{-3}$ s, $i = 5[1 - e^{-2000t}]$.
(2) $10 \times 10^{-3} < t$, $i = 5\ e^{-2000(t - 10\times 10^{-3})}$.
Sol. (1) $v_R = 500[1 - e^{-2000t}]$, $v_L = 500\ e^{-2000t}$;
(2) $v_R = 500\ e^{-2000(t-10\times 10^{-3})}$, $v_L = -500\ e^{-2000(t-10\times 10^{-3})}$.

1-50 La intensidad de corriente en un circuito serie RC es $i = 10\ e^{-500t}$. Sabiendo que el condensador está inicialmente descargado y que la tensión aplicada es $V = 100$ voltios y $v_C = 100[1 - e^{-500t}]$, hallar C y v_R.
Sol. $C = 200\ \mu$F; $v_R = 100\ e^{-500t}$ V.

1-51 Por un circuito serie LC, con $L = 0{,}02$ henrios y $C = 30\ \mu$F, circula una corriente de intensidad $i = 1{,}5$ cos $1000t$. Hallar la tensión total v_T. *Sol.* $v_T = 20$ sen $1000t$.

1-52 A un circuito paralelo RL se le aplica la tensión de onda cuadrada que se representa en la Fig. 1-45. Hallar la intensidad de corriente total.

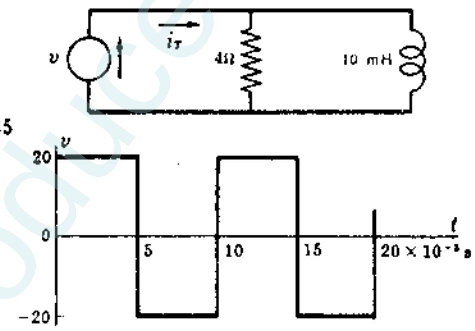
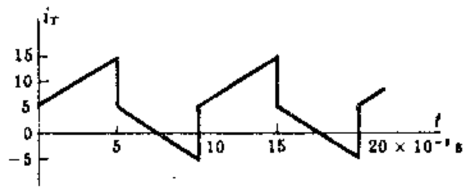


Fig. 1-45

Sol.



1-53 A un circuito paralelo RC se le aplica una tensión cuya forma de onda se representa en la Fig. 1-46. Hallar la corriente total i_T.

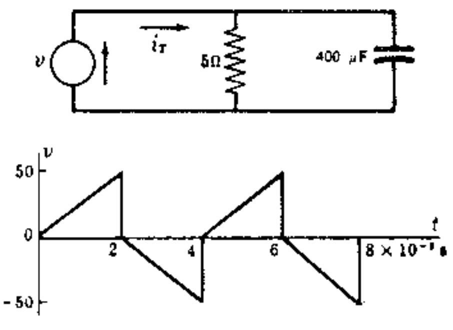


Fig. 1-46

Sol.