Capítulo 3

Intensidad de corriente y tensión senoidales

INTRODUCCION

Al aplicar las leyes de Kirchhoff a un circuito cualquiera de una malla el resultado es, en general, una ecuación integrodiferencial. Los métodos de resolución clásicos de ecuaciones diferenciales proporcionan la solución del problema eléctrico. Ahora bien, la intensidad de corriente, que suele ser la incógnita, debida a una determinada tensión aplicada, viene dada por una suma de dos funciones. Una de ellas corresponde a la intensidad del régimen transitorio que, normalmente, se anula a las pocas fracciones de segundo, y la otra constituye la intensidad en régimen permanente, la cual perdura mientras existe la excitación.

Como muchos estudiantes cuando comienzan el estudio del análisis de circuitos no conocen todavía la técnica de resolución de ecuaciones diferenciales, solo veremos en este capítulo el régimen permanente prescindiendo, de momento, del transitorio correspondiente. No obstante, en el Capítulo 16 se estudiarán las ecuaciones diferenciales aplicadas a los circuitos eléctricos en donde veremos algunos ejemplos ilustrativos de los regímenes transitorio y permanente de la solución general.

INTENSIDADES DE CORRIENTE SENOIDALES

En la Tabla 3-1 aparecen las tensiones en bornes de los tres elementos R, L y C puros en el caso de que la corriente que circule por ellos sea de tipo seno o coseno.

Tabla 3-1

Tensión en bornes de un elemento puro si la corriente es senoidal

Elemento	Tensión si i es general	Tensión si $i = I_m \operatorname{sen} \omega t$	Tensión si $i = I_m \cos \omega t$
Resistencia R	$v_R = Ri$	$v_R = RI_m \operatorname{sen} \omega t$	$v_R = RI_m \cos \omega t$
Autoinducción L	$v_L = L\dfrac{di}{dt}$	$v_L = \omega LI_m \cos \omega t$	$v_L = \omega LI_m(-\operatorname{sen}\omega t)$
Capacidad C	$v_C = \dfrac{1}{C}\int i\,dt$	$v_C = \dfrac{I_m}{\omega C}(-\cos \omega t)$	$v_C = \dfrac{I_m}{\omega C}\operatorname{sen} \omega t$

Tabla 3-2

Corriente en los elementos puros si la corriente es senoidal

Elemento	Corriente si v es general	Corriente si $v = V_m \operatorname{sen} \omega t$	Corriente si $v = V_m \cos \omega t$
Resistencia R	$i_R = \dfrac{v}{R}$	$i_R = \dfrac{V_m}{R}\operatorname{sen} \omega t$	$i_R = \dfrac{V_m}{R}\cos \omega t$
Autoinducción L	$i_L = \dfrac{1}{L}\int v\,dt$	$i_L = \dfrac{V_m}{\omega L}(-\cos \omega t)$	$i_L = \dfrac{V_m}{\omega L}\operatorname{sen} \omega t$
Capacidad C	$i_C = C\dfrac{dv}{dt}$	$i_C = \omega CV_m \cos \omega t$	$i_C = \omega CV_m(-\operatorname{sen} \omega t)$

TENSIONES SENOIDALES

En la Tabla 3-2 aparecen las intensidades de corriente por los tres elementos R, L y C puros en el caso de la que la tensión aplicada a cada uno de ellos sea de tipo seno o coseno.

IMPEDANCIA

La impedancia de un elemento aislado, o de una rama de varios elementos, o de un circuito completo, es la relación entre la tensión aplicada y la intensidad de corriente que circula.

$$\text{Impedancia} = \frac{\text{Función de tensión}}{\text{Función de intensidad}}$$

Si las tensiones e intensidades de corriente son senoidales, esta relación tiene un módulo y un argumento (ángulo). En el Capítulo 5 se estudia la impedancia con mucho detalle y allí se considera el argumento. En este capítulo solo estudiaremos el módulo de la impedancia. El argumento o ángulo entre la tensión v y la intensidad de corriente i se llama ángulo de fase o, simplemente, fase.

ANGULO DE FASE

Si tanto la tensión como la intensidad de corriente son funciones senoidales del tiempo y se representan gráficamente con la misma escala de tiempos, aparece un desplazamiento relativo entre ambas magnitudes que solo es nulo en el caso de tratarse de un elemento resistivo puro. Dicho desplazamiento es el ángulo de fase y nunca puede ser superior a 90° o $\pi/2$ radianes. Por convenio, al hablar del ángulo de fase se considera «el que forma la intensidad de corriente i con la tensión v». En un condensador, por ejemplo, i adelanta 90° o $\pi/2$ radianes a v; en un circuito serie RL, con R igual a ωL, v adelanta 45° o $\pi/4$ a i (o bien i está retrasada $\pi/4$ respecto de v); en una resistencia pura, i está en fase con v; etc. Las representaciones de las figuras siguientes aclaran los conceptos de impedancia y ángulo de fase.

Resistencia R. En un elemento resistivo puro la intensidad de corriente y la tensión están en fase. (Véase Fig. 3-1.) El módulo de la impedancia es R.

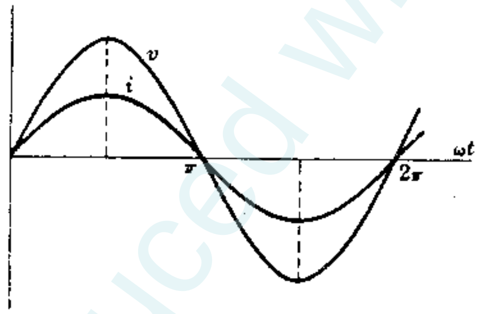


Fig. 3-1

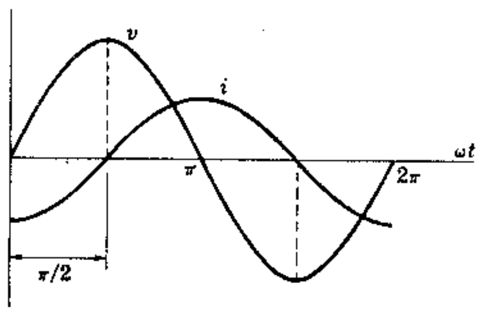


Fig. 3-2

Autoinducción L. En una bobina pura la intensidad de corriente se retrasa 90° o $\pi/2$ respecto de la tensión. (Véase Fig. 3-2.) El módulo de la impedancia es ωL.

Capacidad C. En un condensador puro, la intensidad de corriente adelanta 90° o $\pi/2$ a la tensión. (Véase Fig. 3-3.) El módulo de la impedancia es $\dfrac{1}{\omega C}$.

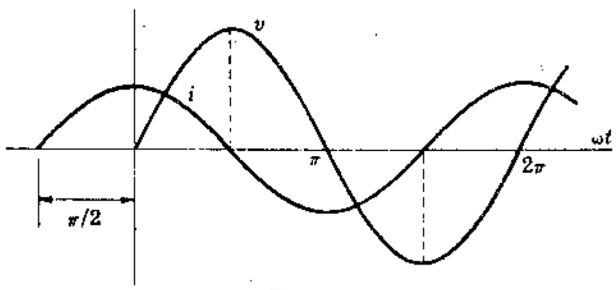


Fig. 3-3

Circuito serie RL. La intensidad de corriente se retrasa respecto de la tensión un ángulo igual a arc tg $(\omega L/R)$. (Véase Fig. 3-4.) El módulo de la impedancia es $\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$.

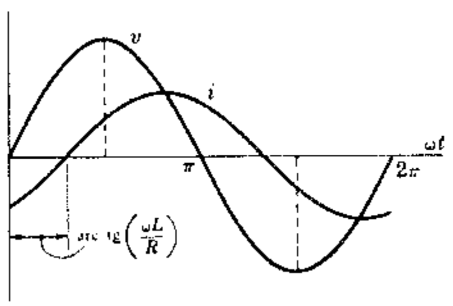


Fig. 3-4

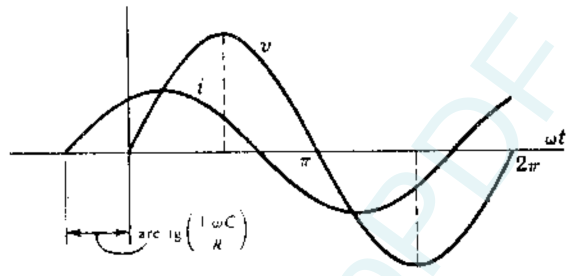
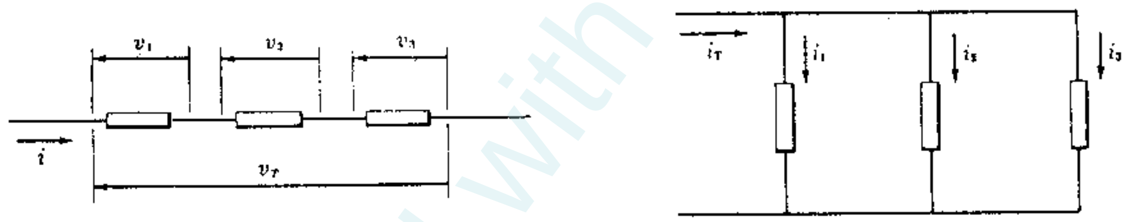


Fig. 3-5

Circuito serie RC. La intensidad de corriente adelanta a la tensión en un ángulo igual a arc tg $\left(\frac{1/\omega C}{R}\right)$. (Véase Fig. 3-5.) El módulo de la impedancia es $\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}$.

CIRCUITOS SERIE Y PARALELO

En un circuito cuyos elementos (impedancias) están conectados en paralelo la intensidad de corrien-es igual a la suma de las caídas de tensión en dichos elementos individuales. Por ejemplo, en la Fig. 3-6(a) se verifica: $v_T = v_1 + v_2 + v_3$.



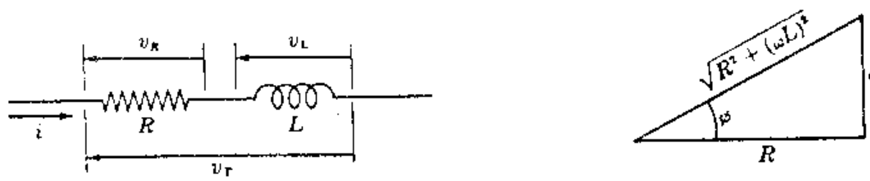
(a) (b)

Fig. 3-6

En un circuito cuyos elementos (impedancias) están conectados en paralelo la intensidad de corriente total es igual a la suma de las intensidades que circulan por cada uno de dichos elementos individuales. Por ejemplo, en la Fig. 3-6(b) se verifica: $i_T = i_1 + i_2 + i_3$. Se puede observar que esto es una aplicación de la primera ley de Kirchhoff, pues las cuatro intensidades tienen un nudo común.

Problemas resueltos

3-1 Por un circuito serie formado por un elemento resistivo de resistencia R ohmios y una bobina de autoinducción L henrios, como se indica en la Fig. 3-7(a), circula una corriente de intensidad $i = I_m$ sen ωt amperios. Expresar la tensión total aplicada v_T mediante una función senoidal.



(a) (b)

Fig. 3-7

3-5 Por el circuito serie *RC* representado en la Fig. 3-9 circula una corriente de intensidad $i = I_m \cos \omega t$. Expresar la tensión total aplicada mediante una función cosenoidal simple.

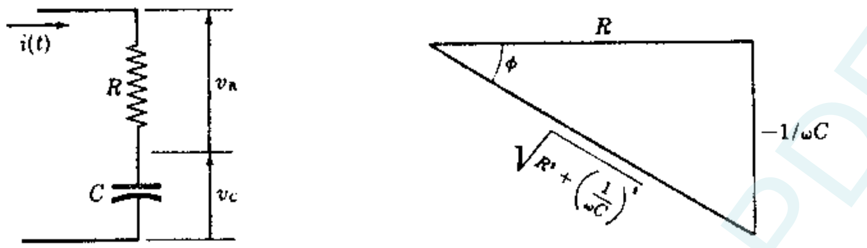


Fig. 3-9

$$v_T = v_R + v_C = RI_m \cos \omega t + (1/\omega C)I_m \operatorname{sen} \omega t \qquad (1)$$

Expresando v_T por un único término coseno de amplitud A y fase ϕ,

$$v_T = A \cos(\omega t + \phi) = A \cos \omega t \cos \phi - A \operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen} \phi \qquad (2)$$

Igualando los coeficientes de sen ωt y cos ωt en (1) y (2) resulta,

$$RI_m = A \cos \phi, \qquad (1/\omega C)I_m = -A \operatorname{sen} \phi$$

Ahora bien, $\operatorname{tg} \phi = \dfrac{\operatorname{sen} \phi}{\cos \phi} = -\dfrac{1}{\omega CR}$, $\cos \phi = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}$, $A = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}\, I_m$, con lo que

$$v_T = A \cos(\omega t + \phi) = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}\, I_m \cos(\omega t - \operatorname{arc\,tg} \frac{1/\omega C}{R}$$

es decir, la corriente está adelantada respecto de la tensión. (Como sen ϕ es negativo y cos ϕ es positivo, el ángulo ϕ está en el cuarto cuadrante.)

El módulo de la impedancia es $\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}$

Si $R \gg 1/\omega C$, $\dfrac{1/\omega C}{R} \to 0$ y $\phi \to 0$, es decir, el mismo resultado que con un elemento positivo puro.

Si $1/\omega C \gg R$, $\dfrac{1/\omega C}{R} \to \infty$ y $\phi \to \pi/2$, es decir, el mismo resultado que obtuvimos con un condensador puro.

En una asociación serie *RC* la corriente está adelantada respecto de la tensión un ángulo comprendido entre 0° y 90° o $\pi/2$ radianes, según los valores relativos de R y $1/\omega C$.

3-6 Por el circuito serie de la Fig. 3-10 circula una corriente de intensidad $i = 2 \cos 5000t$ amperios. Hallar la tensión total aplicada v_T.

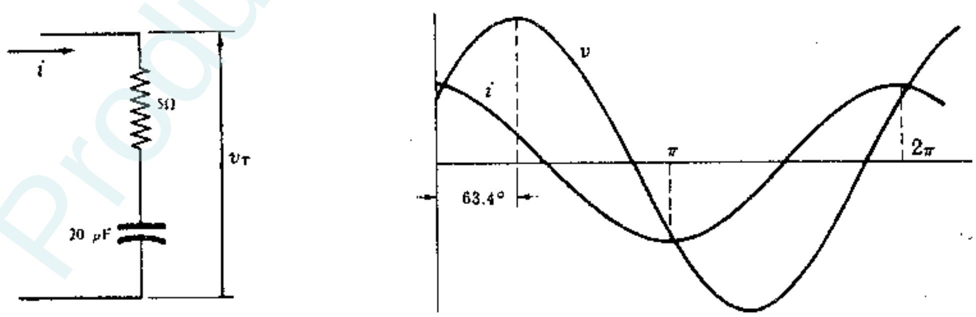


Fig. 3-10

$$v_T = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}\, I_m \cos(\omega t - \operatorname{arc\,tg} \frac{1/\omega C}{R}) = 22{,}4 \cos(5000t - 63{,}4°)$$

en donde $R = 5$, $1/\omega C = 1(5000 \times 20 \times 10^{-6}) = 10$, $\operatorname{arc\,tg} \dfrac{1/\omega C}{R} = \operatorname{arc\,tg} 10/5 = 63{,}4°$, $I_m = 2$.

La corriente está adelantada respecto de la tensión un ángulo de 63,4°. El valor absoluto de la impedancia es 11,18 Ω.

3-7 Por el circuito serie RLC representado en la Fig. 3-11 circula una corriente de intensidad $i = I_m$ sen ωt. Hallar la caída de tensión en bornes de cada elemento.

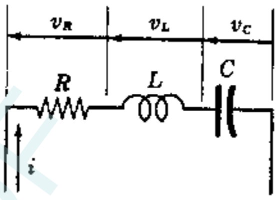
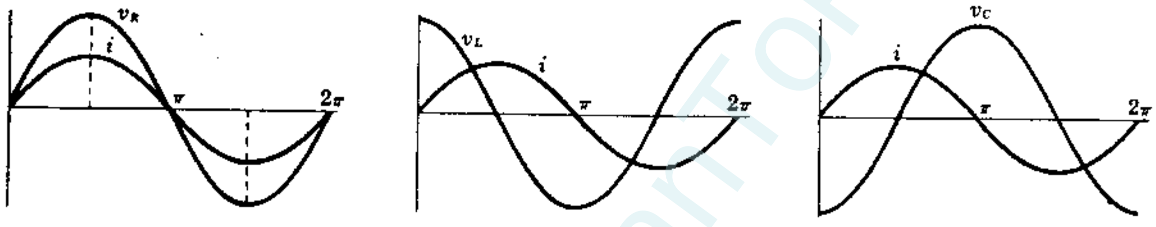


Fig. 3-11

$$v_R = Ri = RI_m \,\text{sen}\, \omega t$$

$$v_L = L\frac{d}{dt}(I_m \,\text{sen}\, \omega t) = \omega L I_m \cos \omega t$$

$$v_C = \frac{1}{C}\int I_m \,\text{sen}\, \omega t\, dt = \frac{1}{\omega C} I_m(-\cos \omega t)$$



v_R e i
(i en fase con v_R)

v_L e i
(i retrasada 90° respecto de v_L)

v_C e i
(i adelantada 90° respecto de v_C)

Fig. 3-12

3-8 En el Problema 3-7 expresar la tensión total aplicada v_T mediante una función senoidal únicamente.

$$v_T = v_R + v_L + v_C = RI_m \,\text{sen}\, \omega t + (\omega L - 1/\omega C)I_m \cos \omega t \qquad (1)$$

Expresando v_T mediante una función seno de amplitud A y ángulo de fase ϕ,

$$v_T = A \,\text{sen}\, (\omega t + \phi)$$
$$= A \,\text{sen}\, \omega t \cos \phi + A \cos \omega t \,\text{sen}\, \phi \qquad (2)$$

Igualando los coeficientes de sen ωt y cos ωt en (1) y (2) resulta,

$$RI_m = A \cos \phi, \qquad I_m(\omega L - 1/\omega C) = A \,\text{sen}\, \phi$$

Ahora bien, $\text{tg}\, \phi = \dfrac{\omega L - 1/\omega C}{R}$, $\cos \phi = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$, $A = \dfrac{RI_m}{\cos \phi} = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}\, I_m$,

con lo que

$$v_T = A \,\text{sen}\, (\omega t + \phi) = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}\, I_m \,\text{sen}\, [\omega t + \text{arc tg}^{-1} (\omega L - 1/\omega C)/R]$$

en donde $\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$ es el valor absoluto de la impedancia, y arc tg $(\omega L - 1/\omega C)/R$ el ángulo de fase.

Si $\omega L > 1/\omega C$, el ángulo de fase ϕ es positivo, la corriente retrasa respecto de la tensión y en el circuito predomina el efecto inductivo.

Si $1/\omega C > \omega L$, el ángulo de fase ϕ es negativo, la corriente adelanta a la tensión y en el circuito predomina el efecto capacitivo

Si $\omega L = 1/\omega C$, el ángulo de fase ϕ es nulo, la corriente y la tensión están en fase y el valor de la impedancia es R. Esta condición se llama de resonancia serie.

3-9 Demostrar que si ωL se expresa en radianes por segundo (rad/s), L en henrios (H) y C en faradios (F), ωL y $1/\omega C$ vienen dados en ohmios (Ω).

$$\omega L = \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \text{H} = \frac{1}{\text{s}}\ \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}} = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{\text{s}}{\text{rad}} \cdot \frac{1}{\text{F}} = \text{s} \cdot \frac{\text{V}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega$$

Obsérvese que el radián, medida de un ángulo, es un número puro (adimensional).

3-10 En un circuito serie RLC tiene los valores $R = 15$ ohmios, $L = 0{,}08$ henrios y $C = 30$ microfaradios. La tensión aplicada es de una pulsación igual a 500 radianes por segundo. Hallar el ángulo de fase de la corriente respecto de la tensión.

$$\omega L = 500(0{,}08) = 40\ \Omega, \qquad \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500(30 \times 10^{-6})} = 66{,}7\ \Omega$$

$$\text{arc tg}\ \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = \text{arc tg}\ \frac{-26{,}7}{15} = -60{,}65°$$

La reactancia capacitiva, o capacitancia, $1/\omega C$, es mayor que la reactancia inductiva, o inductancia, ωL. La corriente está adelantada con respecto a la tensión un ángulo de 60,65°, y en el circuito predomina el efecto capacitivo. El módulo de la impedancia es $\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} = 30{,}6\ \Omega$.

3-11 La diferencia de potencial aplicada a la asociación en paralelo RL representada en la Fig. 3-13 es $v = V_m \cos \omega t$ voltios. Hallar la intensidad de la corriente que circula por cada rama y expresar la intensidad total i_T mediante una función coseno.

$$i_T = i_R + i_L = \frac{1}{R}v + \frac{1}{L}\int v\,dt = \frac{V_m}{R}\cos\omega t + \frac{V_m}{\omega L}\operatorname{sen}\omega t$$

Por tanto, $i_T = \sqrt{(1/R)^2 + (1/\omega L)^2}\ V_m \cos(\omega t - \text{arc tg}\ R/\omega L)$

La corriente está adelantada respecto de la tensión un ángulo $\phi = \text{arc tg}\ R/\omega L$.

Si $R \gg \omega L$, $\phi \to \pi/2$, con lo cual, $i_T \approx (V_m/\omega L)\cos(\omega t - \pi/2)$. Con esta resistencia, relativamente grande, la corriente que circula por la rama resistiva es muy pequeña. Es decir, i_T está formada esencialmente por i_L, y esta corriente inductiva gobierna la corriente total que circula.

Si $\omega L \gg R$, $\phi \to 0$, con lo cual, $i_T \approx (V_m/R)\cos\omega t$. En este caso, la rama inductiva tiene una reactancia muy grande y, por tanto, la intensidad que circula por ella es muy pequeña comparada con la que circula por la rama resistiva. Es decir, la corriente resistiva gobierna la intensidad total que circula.

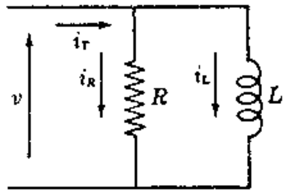


Fig. 3-13

3-12 La tensión aplicada a la asociación RC en paralelo representada en la Fig. 3-14 es $v = V_m \operatorname{sen}\omega t$ voltios. Hallar la intensidad de corriente que circula por cada rama y expresar la intensidad total i_T mediante una función seno.

$$i_T = i_R + i_C = \frac{v}{R} + C\frac{dv}{dt} = \frac{V_m}{R}\operatorname{sen}\omega t + \omega C V_m \cos\omega t$$

Por tanto, $i_T = \sqrt{(1/R)^2 + (\omega C)^2}\ V_m \operatorname{sen}(\omega t + \text{arc tg}\ \omega CR)$

La corriente está adelantada respecto de la tensión un ángulo $\phi = \text{arc tg}\ \dfrac{R}{1/\omega C}$.

Si $R \gg 1/\omega C$, $\phi \to \pi/2$, con lo que $i_T \approx i_C = \omega C V_m \operatorname{sen}(\omega t + \pi/2)$. Es decir, la rama capacitiva gobierna la intensidad total que circula.

Si $1/\omega C \gg R$, $\phi \to 0$, con lo que $i_T \approx i_R = (V_m/R)\operatorname{sen}\omega t$. Es decir, la rama resistiva gobierna la intensidad total que circula.

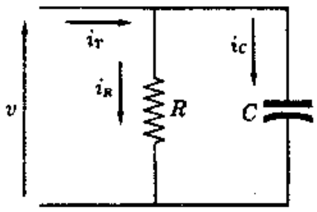


Fig. 3-14

3-13 La diferencia de potencial aplicada a la asociación RLC en paralelo representada en la Fig. 3-15 es $v = V_m \operatorname{sen}\omega t$ voltios. Hallar la intensidad de corriente que circula por cada rama y expresar la intensidad total i_T mediante una función seno.

$$i_T = i_R + i_L + i_C = \frac{v}{R} + \frac{1}{L}\int v\,dt + C\frac{dv}{dt}$$

$$= \frac{V_m}{R}\operatorname{sen}\omega t - \frac{V_m}{\omega L}\cos\omega t + \omega C V_m \cos\omega t \qquad (1)$$

Expresando i_T como una función senoidal de amplitud A y ángulo de fase ϕ,

$$i_T = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$
$$= A \operatorname{sen}\omega t \cos\phi + A \cos\omega t \operatorname{sen}\phi \qquad (2)$$

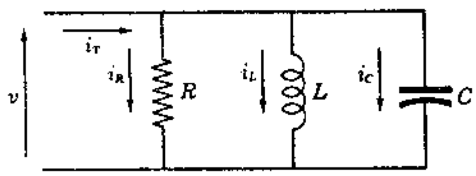


Fig. 3-15

Igualando los coeficientes de sen ωt y cos ωt en (1) y (2) resulta,

$$V_m/R = A\cos\phi, \qquad (\omega C - 1/\omega L)V_m = A\,\text{sen}\,\phi$$

Por tanto, $\text{tg}\,\phi = \dfrac{\omega C - 1/\omega L}{1/R}$, $\cos\phi = \dfrac{1/R}{\sqrt{(1/R)^2 + (\omega C - 1/\omega L)^2}}$, $A = \sqrt{(1/R)^2 + (\omega C - 1/\omega L)^2}\,V_m$,

con lo que $i_T = \sqrt{(1/R)^2 + (\omega C - 1/\omega L)^2}\,V_m\,\text{sen}\,[\omega t + \text{arc tg}\,(\omega C - 1/\omega L)R]$

Como era de esperar, el signo del ángulo de fase depende de los valores relativos de ωC y $1/\omega L$.

La corriente que circula por la rama inductiva está retrasada 90° o $\pi/2$ radianes respecto de la tensión aplicada. La corriente que circula por la rama capacitiva, por el contrario, está adelantada 90° o $\pi/2$ radianes respecto de dicha tensión. Estas dos corrientes pueden anularse cuando tengan el mismo valor numérico. Si la corriente en la rama inductiva es mayor, la intensidad total estará retrasada respecto de la tensión aplicada; si es mayor la corriente en la rama capacitiva, la corriente total estará adelantada respecto de la tensión aplicada.

3-14 Dos elementos puros de un circuito serie tienen la siguiente corriente y tensión:

$$v = 150\,\text{sen}\,(500t + 10°)\text{ voltios}, \qquad i = 13{,}42\,\text{sen}\,(500t - 53{,}4°)\text{ amperios}$$

Determinar dichos elementos.

Evidentemente, la corriente está retrasada respecto de la tensión en un valor 53,4° + 10° = 63,4°; por tanto, el circuito es inductivo y estará formado por una resistencia R y una bobina de autoinducción L.

$$\text{tg}\,63{,}4° = 2 = \omega L/R, \qquad \omega L = 2R$$

$$V_m/I_m = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \qquad 150/13{,}42 = \sqrt{R^2 + (2R)^2}, \qquad R = 5\ \Omega$$

con lo que $L = 2R/\omega = 0{,}02$ H. El circuito está formado por una resistencia $R = 5\ \Omega$ y una autoinducción $L = 0{,}02$ H.

3-15 Un circuito serie compuesto por dos elementos puros tiene la siguiente corriente y tensión (amperios y voltios):

$$v = 200\,\text{sen}\,(2000t + 50°)\text{ voltios}, \qquad i = 4\cos\,(2000t + 13{,}2°)\text{ amperios}$$

Determinar dichos elementos.

Como $\cos x = \text{sen}\,(x + 90°)$, podemos poner $i = 4\,\text{sen}\,(2000t + 103{,}2°)$. De aquí que la corriente adelante a la tensión en un ángulo de 103,2° − 50° = 53,2°. En estas condiciones, el circuito debe estar formado por una resistencia R y un condensador de capacidad C.

$$\text{tg}\,53{,}2° = 1{,}33 = 1/\omega CR, \qquad 1/\omega C = 1{,}33R$$

$$V_m/I_m = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}, \qquad 200/4 = \sqrt{R^2 + (1{,}33R)^2}, \qquad R = 30\ \Omega$$

y $C = 1/(1{,}33\omega R) = 1{,}25 \times 10^{-5}$ F $= 12{,}5\ \mu$F.

3-16 En el circuito serie de la Fig. 3-16 la tensión y la corriente son

$$v = 353{,}5\cos\,(3000t - 10°)\text{ voltios},$$
$$i = 12{,}5\cos\,(3000t - 55°)\text{ amperios}$$

y la autoinducción de la bobina es igual a 0,01 henrios. Hallar los valores de R y de C.

La corriente está retrasada respecto de la tensión un ángulo de 55° − 10° = 45°. Es decir, la reactancia inductiva, ωL, es mayor que la reactancia capacitiva, $1/\omega C$.

$$\text{tg}\,45° = 1 = (\omega L - 1/\omega C)/R, \qquad (\omega L - 1/\omega C) = R$$

$$V_m/I_m = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}, \qquad 353{,}5/12{,}5 = \sqrt{2R^2}$$

$$R = 20\ \Omega$$

y de $(\omega L - 1/\omega C) = R$ se deduce

$$C = 3{,}33 \times 10^{-5}\text{ F} = 33{,}3\ \mu\text{F}$$

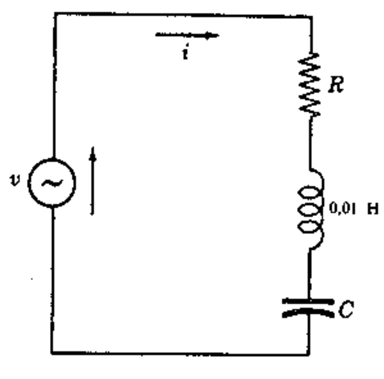


Fig. 3-16

3-17 En el circuito paralelo de la Fig. 3-17 la función de tensión es $v = 100 \text{ sen } (1000t + 50°)$ voltios. Expresar la intensidad de la corriente total mediante una función seno.

$$\begin{aligned} i_T &= i_R + i_L = \frac{v}{R} + \frac{1}{L}\int v\,dt \\ &= 20 \text{ sen}(1000t + 50°) - 5\cos(1000t+50°) \\ &= A \text{ sen}(1000t+50°)\cos\phi + A\cos(1000t+50°)\text{ sen }\phi \end{aligned}$$

de donde $20 = A\cos\phi$ y $-5 = A \text{ sen } \phi$. Por tanto, $\text{tg } \phi = -5/20$, $\phi = -14{,}05°$; en consecuencia, $A = 20/(\cos\phi) = 20{,}6$. Así,

$$i_T = 20{,}6 \text{ sen } (1000t + 50° - 14{,}05°) = 20{,}6 \text{ sen } (1000t + 35{,}95°)$$

La corriente está retrasada respecto de la tensión aplicada un ángulo de 14,05°.

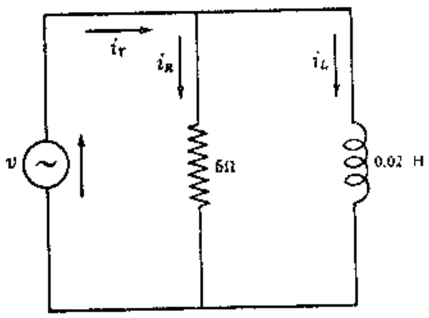


Fig. 3-17

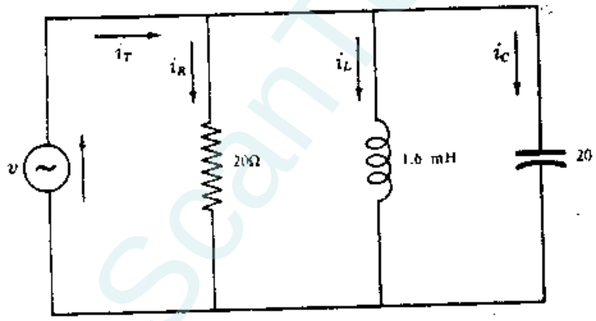


Fig. 3-18

3-18 La tensión aplicada al circuito representado en la Fig. 3-18 es $v = 50 \text{ sen } (5000t + 45°)$ voltios. Hallar las intensidades de corriente en todas las ramas así como la intensidad total.

$$i_T = i_R + i_L + i_C = \frac{v}{R} + \frac{1}{L}\int v\,dt + C\frac{dv}{dt}$$

$$\begin{aligned} &= 2{,}5 \text{ sen } (5000t + 45°) - 6{,}25\cos(5000t + 45°) + 5\cos(5000t + 45°) \\ &= 2{,}5 \text{ sen } (5000t + 45°) - 1{,}25\cos(5000t + 45°) \\ &= 2{,}8 \text{ sen } (5000t + 18{,}4°), \text{ empleando los métodos de este capítulo.} \end{aligned}$$

La corriente está retrasada respecto de la tensión aplicada un ángulo de $45° - 18{,}4° = 26{,}6°$.

Obsérvese que la intensidad total tiene un valor máximo de 2,8 A. Este valor es menor que cualquiera de los valores máximos de las intensidades que circulan por las ramas inductiva y capacitiva que son 6,26 y 5 amperios, respectivamente. La explicación se deduce fácilmente de las representaciones gráficas, a la misma escala, de las intensidades que circulan por las tres ramas.

3-19 Por la asociación en serie *RLC* de la Fig. 3-19 circula una corriente $i = 3\cos(5000t - 60°)$ amperios. Hallar la caída de tensión en cada elemento y la caída de tensión total.

$$\begin{aligned} v_T &= v_R + v_L + v_C = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt \\ &= 6\cos(5000t - 60°) - 24 \text{ sen } (5000t - 60°) + 30 \text{ sen } (5000t - 60°) \\ &= 6\cos(5000t - 60°) + 6 \text{ sen } (5000t - 60°) \\ &= 8{,}49\cos(5000t - 105°), \quad \text{empleando los métodos de este capítulo.} \end{aligned}$$

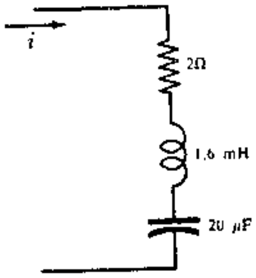


Fig. 3-19

La corriente está adelantada respecto de la tensión total un ángulo de $105° - 60° = 45°$.

Obsérvese que la tensión máxima aplicada es de 8,49 V. La tensión en los elementos individuales del circuito es mayor que ésta para los elementos inductivo y capacitivo. Haciendo una representación gráfica a escala se vería inmediatamente.

Problemas propuestos

3-20 Por una bobina pura de autoinducción $L = 0{,}01$ henrios circula una corriente $i = 5 \cos 2000t$ amperios. Hallar su tensión en bornes. *Sol.* $100 \cos (2000t + 90°)$ V.

3-21 Por un condensador puro de capacidad $C = 30$ microfaradios circula una corriente $i = 12 \operatorname{sen} 2000t$ amperios. Hallar su tensión en bornes. *Sol.* $200 \operatorname{sen} (2000t - 90°)$ V.

3-22 En un circuito serie RL, con $R = 5$ ohmios y $L = 0{,}06$ henrios, la tensión en bornes de la bobina es $v_L = 15 \operatorname{sen} 200t$ voltios. Hallar la tensión total, la intensidad de corriente, el ángulo de fase de i respecto de v_T y el módulo de la impedancia.
Sol. $i = 1{,}25 \operatorname{sen} (200t - 90°)$ A; $v_T = 16{,}25 \operatorname{sen} (200t - 22{,}65°)$ V; $67{,}35°$; $V_m/I_m = 13\ \Omega$.

3-23 En el mismo circuito serie del Problema 3-22 la tensión en la resistencia es $v_R = 15 \operatorname{sen} 200t$. Hallar la tensión total, la intensidad de corriente, el ángulo de fase de i respecto de v_T y el módulo de la impedancia.
Sol. $i = 3 \operatorname{sen} 200t$ A; $v_T = 39 \operatorname{sen} (200t + 67{,}35°)$ V; $67{,}35°$; $V_m/I_m = 13\ \Omega$.

3-24 En un circuito serie de dos elementos simples la tensión y la corriente son (voltios y amperios):

$$v_T = 255 \operatorname{sen} (300t + 45°); \qquad i = 8{,}5 \operatorname{sen} (300t + 15°)$$

Determinar dichos elementos. *Sol.* $R = 26\ \Omega$; $L = 0{,}05$ H.

3-25 En un circuito serie de dos elementos simples la tensión y la corriente son (voltios y amperios):

$$v_T = 150 \cos (200t - 30°); \qquad i = 4{,}48 \cos (200t - 56{,}6°)$$

Determinar dichos elementos. *Sol.* $R = 30\ \Omega$; $L = 0{,}075$ H.

3-26 Dos elementos simples $R = 12$ ohmios y $C = 31{,}3$ microfaradios se unen en serie y se les aplica una tensión $v = 100 \cos (2000t - 20°)$ voltios. Los dos mismos elementos se unen ahora en paralelo con la misma tensión aplicada. Hallar la intensidad total que circula en cada conexión.
Sol. Serie: $i = 5 \cos (2000t + 33{,}2°)$ A; paralelo: $i = 10{,}4 \cos (2000t + 16{,}8°)$ A.

3-27 Una resistencia $R = 27{,}5$ ohmios y un condensador $C = 66{,}7$ microfaradios se unen en serie. La tensión en el condensador es $v_C = 50 \cos 1500t$ voltios. Hallar la tensión total v_T, el ángulo de fase de la corriente sobre la tensión y el módulo de la impedancia.
Sol. $v_T = 146{,}3 \cos (1500t + 70°)$ V; $20°$; $V_m/I_m = 29{,}3\ \Omega$.

3-28 Una resistencia $R = 5$ ohmios y un cierto condensador se unen en serie. La tensión en la resistencia es $v_R = 25 \operatorname{sen} (2000t + 30°)$ voltios. Si la corriente está adelantada $60°$ respecto de la tensión, ¿cuál es el valor de la capacidad C del condensador? *Sol.* $57{,}7\ \mu$F.

3-29 Un circuito serie LC, con $L = 0{,}05$ henrios y una capacidad desconocida, tiene la tensión e intensidad de corriente (voltios y amperios):

$$v_T = 100 \operatorname{sen} 5000t, \qquad i = 2 \operatorname{sen} (5000t + 90°)$$

Hallar el valor de la capacidad C. *Sol.* $0{,}667\ \mu$F.

3-30 La corriente que circula por un circuito serie RLC está retrasada $30°$ respecto de la tensión aplicada. El valor máximo de la tensión en la bobina es el doble de la correspondiente al condensador, y $v_L = 10 \operatorname{sen} 1000t$ voltios. Hallar los valores de L y de C sabiendo que $R = 20$ ohmios.
Sol. $L = 23{,}1$ mH; $C = 86{,}5\ \mu$F.

3-31 Un circuito serie RLC, con $R = 5$ ohmios, $L = 0{,}02$ henrios y $C = 80$ microfaradios, tiene aplicada una tensión senoidal de frecuencia variable. Determinar los valores de ω para los cuales la corriente (*a*) adelanta $45°$ a la tensión, (*b*) está en fase con ella, (*c*) retrasa $45°$. *Sol.* (*a*) 675; (*b*) 790; (*c*) 925 rad/s.

3-32 Un circuito paralelo consta de dos ramas; en una de ellas tiene un elemento resistivo puro de $R = 50$ ohmios y en la otra hay un elemento desconocido; se sabe que la corriente y tensión aplicadas son (voltios y amperios):

$$v = 100 \cos (1500t + 45°); \qquad i_T = 12 \operatorname{sen} (1500t + 135°)$$

Determinar el elemento desconocido. *Sol.* $R = 10\ \Omega$.

3-33 Hallar la intensidad de corriente total que circula por el circuito paralelo formado por $L = 0{,}05$ henrios y $C = 0{,}667$ microfaradios al que se le aplica una tensión $v = 100 \operatorname{sen} 5000t$ voltios.
Sol. $i_T = 0{,}067 \operatorname{sen} (5000t - 90°)$ A.

3-34 Una resistencia $R = 10$ ohmios y una autoinducción $L = 0{,}005$ henrios están en paralelo. La corriente que circula por la rama inductiva es $i_L = 5$ sen $(2000t - 45°)$ amperios. Hallar la intensidad de corriente total y el ángulo de fase entre i_T y la tensión aplicada.
Sol. $i_T = 7{,}07$ sen $(2000t + 0°)$ A; 45° (i_T retrasada respecto de v).

3-35 Un circuito paralelo tiene en una de sus ramas una resistencia $R = 5$ ohmios y en la otra un elemento desconocido; la tensión aplicada y la corriente total son (voltios y amperios):

$$v = 10 \cos (50t + 60°); \qquad i = 5{,}38 \cos (50t - 8{,}23°)$$

Determinar dicho elemento desconocido. *Sol.* $L = 0{,}04$ H.

3-36 Dos elementos simples, $R = 10$ ohmios y $C = 100$ microfaradios, se unen en paralelo y se aplica al conjunto una tensión $v = 150 \cos (5000t - 30°)$ voltios. Hallar la intensidad de corriente total que circula por ellos.
Sol. $i_T = 76{,}5 \cos (5000t + 48{,}7°)$ A.

3-37 Un condensador puro de capacidad $C = 35$ microfaradios se une en paralelo con otro elemento simple. Sabiendo que la tensión aplicada y la intensidad de corriente total son $v = 150$ sen $3000t$ voltios e $i_T = 16{,}5$ sen $(3000t + 72{,}4°)$ amperios, respectivamente, determinar dicho elemento desconocido. *Sol.* $R = 30\ \Omega$.

3-38 Un circuito paralelo LC tiene aplicada una tensión $v = 50 \cos (3000t + 45°)$ voltios y la intensidad de corriente total que circula por el conjunto es $i_T = 2 \cos (3000t - 45°)$ amperios. También se sabe que la corriente en la rama inductiva es cinco veces mayor que por la otra. Hallar los valores de L y de C.
Sol. $L = 6{,}67$ mH; $C = 3{,}33\ \mu$F.

3-39 La tensión aplicada a tres ramas en paralelo, cada una de las cuales contiene un elemento simple, es $v = 200$ sen $1000t$ voltios. Los valores de las ramas son $R = 300$ ohmios, $L = 0{,}5$ henrios y $C = 10$ microfaradios, respectivamente. Hallar la corriente total, el ángulo de fase entre i_T y la tensión aplicada y el módulo de la impedancia.
Sol. $i_T = 1{,}74$ sen $(1000t + 67{,}4°)$ A; 67,4° (i_T adelantada respecto de v); $V_m/I_m = 115\ \Omega$.

3-40 Hallar el valor de la autoinducción L en el circuito paralelo representado en la Fig. 3-20 sabiendo que la tensión aplicada y la intensidad de la corriente total son $v = 100$ sen $500t$ voltios e $i_T = 2{,}5$ sen $500t$ amperios, respectivamente. *Sol.* $L = 0{,}08$ H.

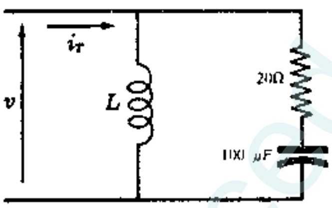


Fig. 3-20

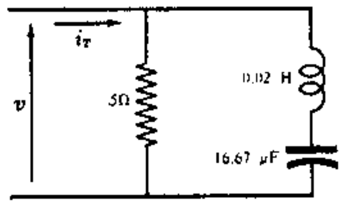


Fig. 3-21

3-41 En el circuito paralelo representado en la Fig. 3-21 la tensión aplicada es $v = 50$ sen $(2000t - 90°)$ voltios. Hallar la intensidad de la corriente total. *Sol.* $i_T = 11{,}2$ sen $(2000t - 116{,}6°)$ A.

3-42 En el circuito paralelo representado en la Fig. 3-22 la tensión aplicada es $v = 100$ sen $5000t$ voltios. Hallar las intensidades de corriente i_1, i_2, i_T.
Sol. $i_1 = 7{,}07$ sen $(5000t - 45°)$ A; $i_2 = 7{,}07$ sen $(5000t + 45°)$ A; $i_T = 10$ sen $5000t$ A.

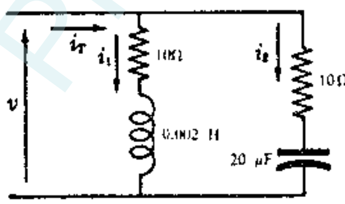


Fig. 3-22

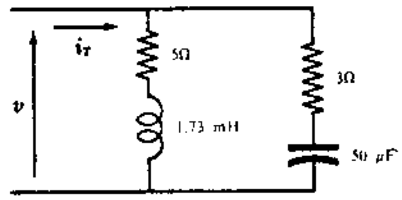


Fig. 3-23

3-43 En el circuito paralelo representado en la Fig. 3-23 la tensión aplicada es $v = 100 \cos (5000t + 45°)$ voltios. (a) Hallar la intensidad de la corriente total. (b) ¿Qué dos elementos asociados en serie habría que colocar para que circulara la misma corriente y fuera, por tanto, equivalente al circuito paralelo para la misma frecuencia?
Sol. (a) $i_T = 18{,}5 \cos (5000t + 68{,}4°)$ A; (b) circuito serie de $R = 4{,}96\ \Omega$ y $C = 93\ \mu$F.