Capítulo 6

Circuitos serie y paralelo

INTRODUCCION

Un circuito contiene, en general, elementos en serie y elementos en paralelo. Sin embargo, en este capítulo trataremos por separado unos circuitos de otros examinando los diferentes métodos de análisis. En los problemas de este capítulo y los siguientes los circuitos son combinaciones en serie y en paralelo.

CIRCUITO SERIE

El circuito serie de la Fig. 6-1 se compone de una fuente de tensión y tres impedancias. La fuente de tensión se supone constante y es la encargada de mantener la diferencia de potencial necesaria en el circuito. El fasor intensidad de corriente **I** al circular por las distintas impedancias produce unas diferencias de potencial en bornes de cada una de ellas que representan unas *caídas de tensión*. La segunda ley de Kirchhoff establece que *en toda malla o circuito cerrado la suma de las fuerzas electromotrices aplicadas o subidas de tensión es igual a la suma de las caídas de tensión producidas*. Esta sencilla ley proporciona la solución de todo circuito serie.

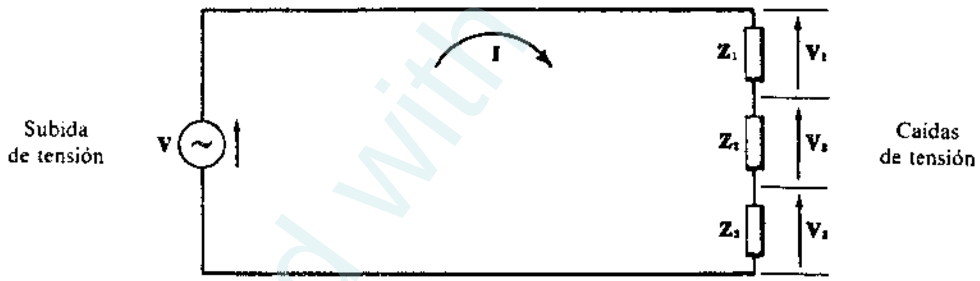


Fig. 6-1. Circuito serie

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_3 = \mathbf{Z}_1\mathbf{I} + \mathbf{Z}_2\mathbf{I} + \mathbf{Z}_3\mathbf{I} = (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)\mathbf{I} = \mathbf{Z}_{eq}\mathbf{I}$$

de donde,

$$\mathbf{I} = \mathbf{V}/\mathbf{Z}_{eq} \qquad \text{y} \qquad \mathbf{Z}_{eq} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3$$

La caída de tensión en un elemento viene dada por el producto de la impedancia compleja **Z** por el fasor intensidad de corriente **I**. Así, en el circuito de la Fig. 6-1, $\mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_1\mathbf{I}$, $\mathbf{V}_2 = \mathbf{Z}_2\mathbf{I}$ y $\mathbf{V}_3 = \mathbf{Z}_3\mathbf{I}$. Las flechas marcan el sentido de referencia de estas tensiones de manera que el punto o terminal por donde entra el fasor intensidad está a más potencial que por donde sale. (Caída de tensión.)

La impedancia equivalente $\mathbf{Z}_{eq}$ de un número cualquiera de impedancias en serie es la suma de las impedancias individuales, es decir, $\mathbf{Z}_{eq} = (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \ldots)$. Estas impedancias son números complejos y su suma conviene hacerla expresando las impedancias en forma binómica.

Ejemplo 1.

En el circuito serie de la Fig. 6-2 hallar $\mathbf{Z}_{eq}$ e **I**. Demostrar que la suma de las caídas de tensión es igual al fasor tensión aplicado.

$$\mathbf{Z}_{eq} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 = 4 + j3 - j6$$
$$= 4 - j3 = 5\underline{/-36{,}9^\circ}$$

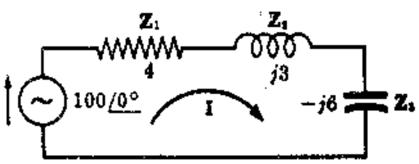


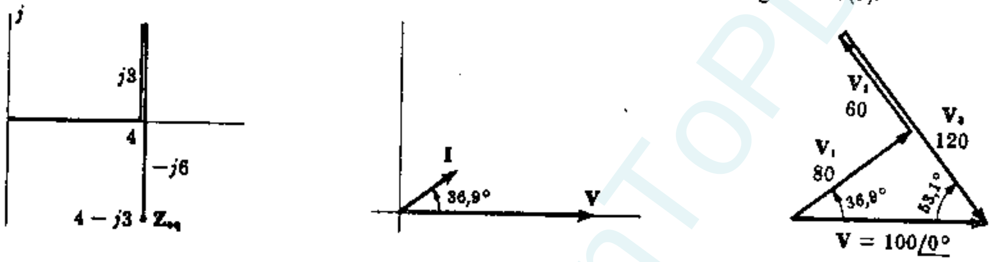
Fig. 6-2

con lo que $$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_{eq}} = \frac{100\angle 0^\circ}{5\angle -36{,}9^\circ} = 20\angle 36{,}9^\circ$$

Entonces, $\mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_1\mathbf{I} = 20\angle 36{,}9^\circ\,(4) = 80\angle 36{,}9^\circ$, $\mathbf{V}_2 = 60\angle 126{,}9^\circ$, $\mathbf{V}_3 = 120\angle -53{,}1^\circ$

y $$\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_3 = (64 + j48) + (-36 + j48) + (72 - j96) = 100 + j0 = \mathbf{V}$$

como se indica gráficamente en el diagrama fasorial de tensiones de la Figura 6-3(*c*).



(*a*) Diagrama de impedancias (*b*) Diagrama fasorial VI (*c*) Diagrama fasorial de tensiones

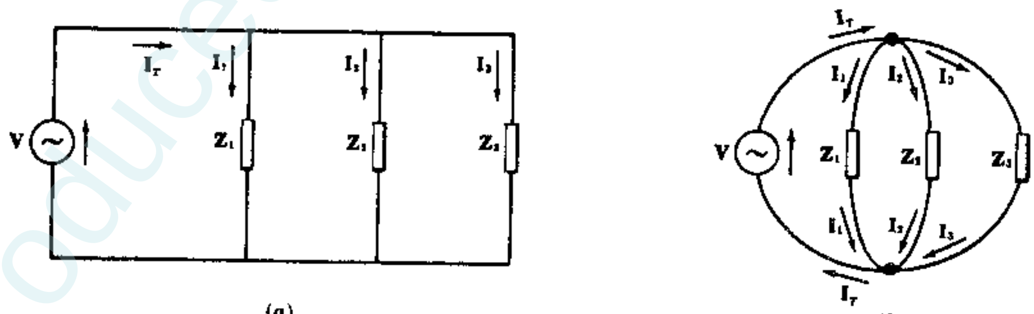
Fig. 6-3

La impedancia equivalente es capacitiva, por lo que la corriente I que circula por ella está adelantada un ángulo de 36,9° respecto de la tensión V, como indica la Fig. 6-3(*b*). Obsérvese que $\mathbf{V}_1$, que es la caída de tensión en la resistencia óhmica pura, está en fase con la corriente. La intensidad I está retrasada 90° respecto de $\mathbf{V}_2$, pero está adelantada 90° respecto de $\mathbf{V}_3$.

Si conectáramos un voltímetro en bornes de cada una de las impedancias $\mathbf{Z}_1$, $\mathbf{Z}_2$ y $\mathbf{Z}_3$ indicaría los valores 80, 60 y 120 voltios, respectivamente. A primera vista pudiera pensarse que la tensión total debería ser 260 voltios. Sin embargo, el voltímetro conectado a las tres impedancias indica 100 voltios. Debe recordarse a este respecto que en el análisis en régimen permanente senoidal *todas las tensiones e intensidades de corriente son fasores* y, como tales, deben sumarse *vectorialmente*.

CIRCUITO PARALELO

En la Fig. 6-4(*a*) se muestra una fuente de tensión aplicada a una asociación en paralelo de tres impedancias. En la Fig. 6-4(*b*) se repite el esquema del circuito para hacer resaltar el hecho de que la fuente y las impedancias solo tienen dos nudos comunes. En cualquiera de ellos podemos aplicar la primera ley de Kirchhoff, es decir, *la suma de las intensidades de corriente que entran en un nudo es igual a la suma de las intensidades que salen de él.*



(*a*) (*b*)

Fig. 6-4. Circuito paralelo

La tensión constante que suministra la fuente aparece directamente en cada una de las ramas de las impedancias. Por tanto, en este caso podemos obtener, independientemente, las intensidades de corriente que circulan por cada rama.

$$\mathbf{I}_T = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = \mathbf{V}/\mathbf{Z}_1 + \mathbf{V}/\mathbf{Z}_2 + \mathbf{V}/\mathbf{Z}_3 = \mathbf{V}(1/\mathbf{Z}_1 + 1/\mathbf{Z}_2 + 1/\mathbf{Z}_3) = \mathbf{V}/\mathbf{Z}_{eq}$$

Por tanto, $$\mathbf{I}_T = \mathbf{V}/\mathbf{Z}_{eq} \qquad \text{y} \qquad 1/\mathbf{Z}_{eq} = (1/\mathbf{Z}_1 + 1/\mathbf{Z}_2 + 1/\mathbf{Z}_3)$$

Es decir, la impedancia equivalente de un número cualquiera de impedancias en paralelo viene dada por

$$1/\mathbf{Z}_{eq} = 1/\mathbf{Z}_1 + 1/\mathbf{Z}_2 + 1/\mathbf{Z}_3 + \cdots$$

Ejemplo 2.

Hallar la impedancia equivalente y la intensidad total en el circuito de la Fig. 6-5; representar el diagrama fasorial correspondiente a $\mathbf{V}$ e $\mathbf{I}$.

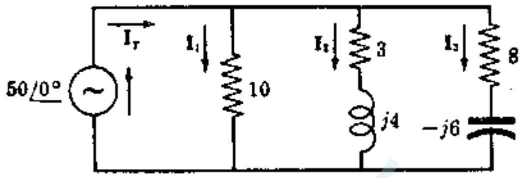
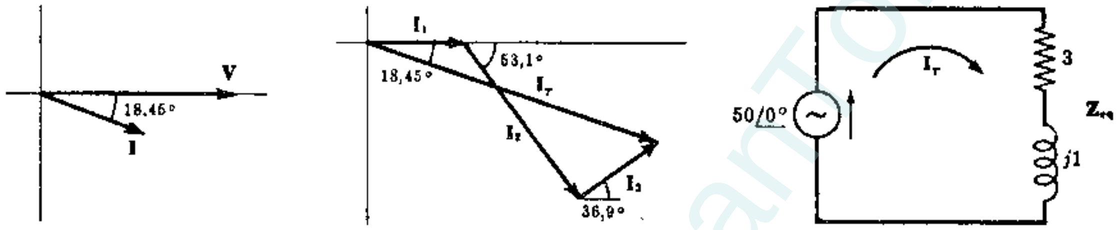


Fig. 6-5

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_T &= \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3\\ &= \frac{50/\!\underline{0^\circ}}{10} + \frac{50/\!\underline{0^\circ}}{5/\!\underline{53{,}1^\circ}} + \frac{50/\!\underline{0^\circ}}{10/\!\underline{-36{,}9^\circ}}\\ &= 15 - j5 \;=\; 15{,}8/\!\underline{-18{,}45^\circ}\end{aligned}$$

Entonces, $\quad \mathbf{Z}_{eq} = \mathbf{V}/\mathbf{I}_T = (50/\!\underline{0^\circ})/(15{,}8/\!\underline{-18{,}45^\circ}) = 3{,}16/\!\underline{18{,}45^\circ} = 3 + j1$

e $\quad \mathbf{I}_1 = 50/\!\underline{0^\circ}/10 = 5/\!\underline{0^\circ}, \quad \mathbf{I}_2 = 10/\!\underline{-53{,}1^\circ}, \quad \mathbf{I}_3 = 5/\!\underline{36{,}9^\circ}$



(*a*) Diagrama fasorial VI (*b*) Suma o resultante de fasores intensidad (*c*) Circuito equivalente

Fig. 6-6

CIRCUITO DE DOS RAMAS EN PARALELO

En la práctica es muy frecuente encontrarse con circuitos a base de dos impedancias en paralelo, razón por la cual merece la pena dedicarle un estudio independiente. Las impedancias $\mathbf{Z}_1$ y $\mathbf{Z}_2$ de la Fig. 6-7(*a*) tienen aplicada una tensión $\mathbf{V}$. La impedancia equivalente viene dada por $1/\mathbf{Z}_{eq} = 1/\mathbf{Z}_1 + 1/\mathbf{Z}_2$ o bien $\mathbf{Z}_{eq} = \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)$.

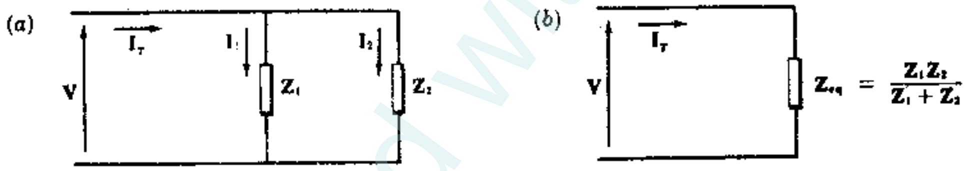


Fig. 6-7. Circuito paralelo de dos ramas

Sustituyendo $\mathbf{V} = \mathbf{Z}_{eq}\mathbf{I}_T = \left(\dfrac{Z_1Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)\mathbf{I}_T$ en $\mathbf{V} = \mathbf{Z}_1\mathbf{I}_1$ y $\mathbf{V} = \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2$ y despejando las intensidades de corriente por cada rama se obtienen,

$$\mathbf{I}_1 = \left(\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}\right)\mathbf{I}_T \qquad \text{y} \qquad \mathbf{I}_2 = \left(\frac{\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}\right)\mathbf{I}_T$$

ADMITANCIA

El recíproco de la impedancia compleja $\mathbf{Z}$ se llama *admitancia* compleja, es decir, $\mathbf{Y} = 1/\mathbf{Z}$. Como $\mathbf{Z} = \mathbf{V}/\mathbf{I}$, $\mathbf{Y} = \mathbf{I}/\mathbf{V}$. La admitancia $\mathbf{Y}$ se expresa en (ohmios)$^{-1}$ o bien *mhos* cuyo símbolo es ℧. El concepto de admitancia está asociado al circuito paralelo, como se indica en la Figura 6-8.

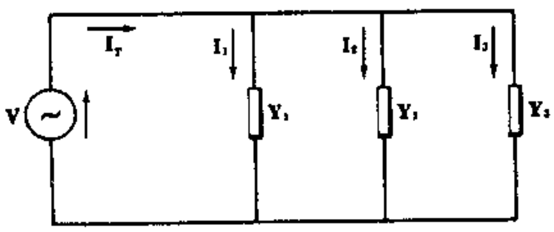


Fig. 6-8.

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_T &= \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = \mathbf{Y}_1\mathbf{V} + \mathbf{Y}_2\mathbf{V} + \mathbf{Y}_3\mathbf{V}\\ &= (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)\mathbf{V} = \mathbf{Y}_{eq}\mathbf{V}\end{aligned}$$

y $$\mathbf{Y}_{eq} = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3$$

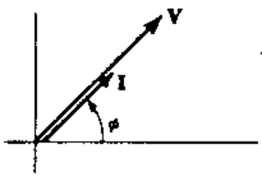
Es decir, la admitancia equivalente de un número cualquiera de admitancias en paralelo es la suma de las admitancias individuales.

En forma binómica, $\mathbf{Z} = R \pm jX$. El signo positivo indica una reactancia inductiva $X_L = \omega L$ y el signo negativo corresponde a una reactancia capacitiva $X_C = 1/\omega C$.

Análogamente, $\mathbf{Y} = G \pm jB$ en donde G se llama *conductancia* y B recibe el nombre de *susceptancia*. El signo positivo indica una susceptancia capacitiva B_C y el signo negativo el de una susceptancia inductiva B_L.

Consideremos un fasor de tensión general **V** y la intensidad de corriente **I** a que da lugar. La corriente **I** puede estar adelantada, retrasada o en fase con **V**, pero, en cualquier caso, el ángulo entre ambas no puede exceder de 90°. Por consiguiente, se presentan tres casos:

1.° Los fasores intensidad de corriente y tensión están en fase, como indica la Figura 6-9.

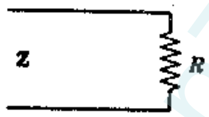


$\mathbf{V} = V\angle\phi$, $\mathbf{I} = I\angle\phi$

Fig. 6-9

Impedancia

$$\mathbf{Z} = V\angle\phi / I\angle\phi = Z\angle 0° = R$$



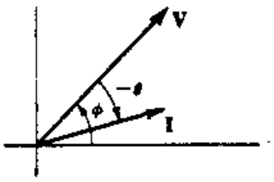
En la hipótesis de que la impedancia del circuito se reduzca a una resistencia pura R (ohmios).

Admitancia

$$\mathbf{Y} = I\angle\phi / V\angle\phi = Y\angle 0° = G$$

En la hipótesis de que la admitancia del circuito se reduzca a una conductancia pura G (ohmios).

2.° El fasor intensidad de corriente está retrasado un ángulo θ respecto del de tensión, como indica la Figura 6-10.

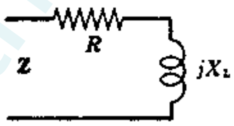


$\mathbf{V} = V\angle\phi$, $\mathbf{I} = I\angle\phi - \theta$

Fig. 6-10

Impedancia

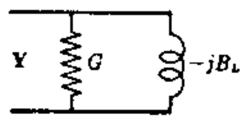
$$\mathbf{Z} = V\angle\phi / I\angle\phi - \theta = Z\angle\theta = R + jX_L$$



En la hipótesis de que la impedancia del circuito se reduzca a una resistencia en serie con una reactancia inductiva.

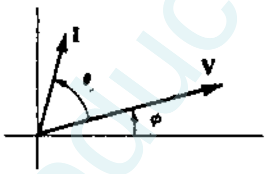
Admitancia

$$\mathbf{Y} = I\angle\phi - \theta / V\angle\phi = Y\angle -\theta = G - jB_L$$



En la hipótesis de que la admitancia del circuito se reduzca a una conductancia en paralelo con una susceptancia inductiva.

3.° El fasor intensidad de corriente está adelantado un ángulo θ respecto del de tensión, como indica la Figura 6-11.

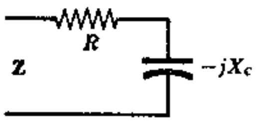


$\mathbf{V} = V\angle\phi$, $\mathbf{I} = I\angle\phi + \theta$

Fig. 6-11

Impedancia

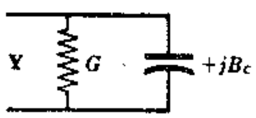
$$\mathbf{Z} = V\angle\phi / I\angle\phi + \theta = Z\angle -\theta = R - jX_C$$



En la hipótesis de que la impedancia del circuito se reduzca a una resistencia en serie con una reactancia capacitiva.

Admitancia

$$\mathbf{Y} = I\angle\phi + \theta / V\angle\phi = Y\angle\theta = G + jB_C$$



En la hipótesis de que la admitancia del circuito se reduzca a una conductancia en paralelo con una susceptancia capacitiva.

CONVERSION ZY

En forma polar, es muy fácil convertir **Z** en **Y**, y viceversa, ya que $\mathbf{Y} = 1/\mathbf{Z}$. Sin embargo, a veces es necesario utilizar las relaciones entre las componentes rectangulares de la forma binómica, como vamos a ver a continuación.

$$\mathbf{Y} = 1/\mathbf{Z} \qquad\qquad \mathbf{Z} = 1/\mathbf{Y}$$

$$G + jB = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} \qquad\qquad R + jX = \frac{1}{G + jB} = \frac{G - jB}{G^2 + B^2}$$

$$\therefore \quad G = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad \text{y} \quad B = \frac{-X}{R^2 + X^2} \qquad\qquad \therefore \quad R = \frac{G}{G^2 + B^2} \quad \text{y} \quad X = \frac{-B}{G^2 + B^2}$$

Ejemplo 3.

Dada la impedancia $\mathbf{Z} = 3 + j4$ ohmios, hallar la admitancia correspondiente $\mathbf{Y}$.

$$\mathbf{Y} = 1/\mathbf{Z} = 1/5\underline{/53{,}1^\circ} = 0{,}2\underline{/-53{,}1^\circ} = 0{,}12 - j0{,}16$$

de donde la conductancia $G = 0{,}12$ ℧ y la susceptancia inductiva $B = 0{,}16$ ℧.

Otro método.

$G = R/(R^2 + X^2) = 3/(9 + 16) = 0{,}12$ y $B = -X(R^2 + X^2) = -4/25 = -0{,}16$. Por tanto, $\mathbf{Y} = 0{,}12 - j0{,}16$

Problemas resueltos

6-1 Las impedancias $\mathbf{Z}_1$ y $\mathbf{Z}_2$ de la Fig. 6-12 están en serie con una fuente de tensión $\mathbf{V} = 100\underline{/0^\circ}$. Hallar las caídas de tensión en cada una de ellas y el diagrama fasorial correspondiente.

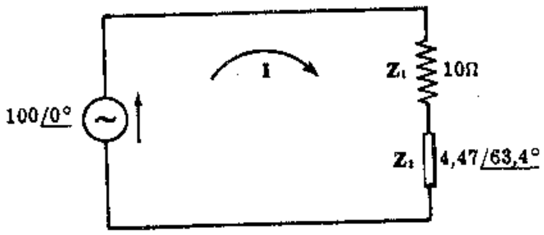


Fig. 6-12

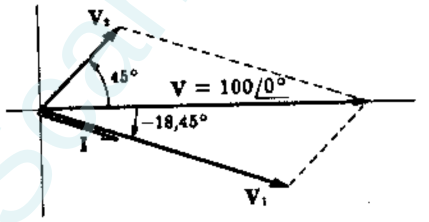


Fig. 6-13

$$\mathbf{Z}_{eq} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 10 + (2 + j4) = 12 + j4 = 12{,}65\underline{/18{,}45^\circ} \quad \text{e} \quad \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_{eq}} = \frac{100\underline{/0^\circ}}{12{,}65\underline{/18{,}45^\circ}} = 7{,}9\underline{/-18{,}45^\circ}.$$

Por tanto,

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_1\mathbf{I} = 7{,}9\underline{/-18{,}45^\circ}\,(10) = 79\underline{/-18{,}45^\circ} = 74{,}9 - j25$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{Z}_2\mathbf{I} = (7{,}9\underline{/-18{,}45^\circ}\,)(4{,}47\underline{/63{,}4^\circ}\,) = 35{,}3\underline{/45^\circ} = 25 + j25$$

La suma de caídas de tensiones $\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 = (74{,}9 - j25) + (25 + j25) = 99{,}9 + j0 \approx 100\underline{/0^\circ} = \mathbf{V}$, como se indica gráficamente en el diagrama fasorial de la Figura 6-13.

6-2 Hallar la impedancia $\mathbf{Z}_2$ en el circuito serie de la Figura 6-14.

En este circuito, $\mathbf{Z}_{eq} = \dfrac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \dfrac{50\underline{/45^\circ}}{2{,}5\underline{/-15^\circ}} = 20\underline{/60^\circ} =$ $10 + j17{,}3$. Como $\mathbf{Z}_{eq} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2$,

$$10 + j17{,}3 = (5 + j8) + \mathbf{Z}_2 \quad \text{y} \quad \mathbf{Z}_2 = 5 + j9{,}3$$

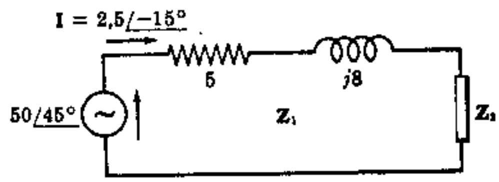


Fig. 6-14

6-3 En el circuito de la Fig. 6-15, la intensidad de corriente está adelantada 63,4° respecto de la tensión a la pulsación $\omega = 400$ radianes por segundo. Hallar la resistencia R y la caída de tensión en cada elemento del circuito. Trazar el correspondiente diagrama fasorial de tensiones.

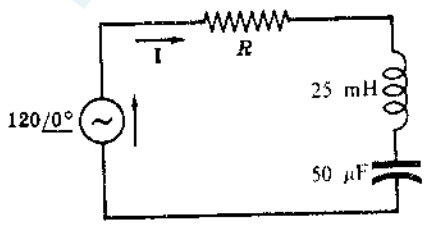


Fig. 6-15

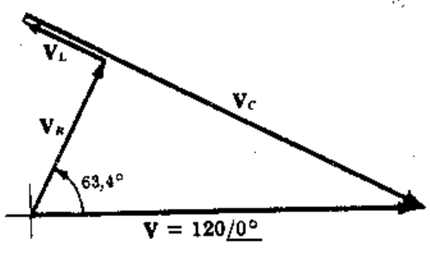


Fig. 6-16

$X_L = \omega L = 400(25 \times 10^{-3}) = 10\ \Omega$, $X_C = 1/\omega C = 1/400(50 \times 10^{-6}) = 50\ \Omega$ y $\mathbf{Z} = R + j(X_L - X_C) = R - j40$. Por otra parte, $\mathbf{Z} = Z\underline{/-63{,}4^\circ}$. Como tg $-63{,}4^\circ = (X_L - X_C)/R$, $R = -40/(\text{tg } -63{,}4^\circ) = 20\ \Omega$.

La impedancia $\mathbf{Z} = 20 - j40 = 44{,}7\underline{/-63{,}4^\circ}$ y la intensidad $\mathbf{I} = \dfrac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \dfrac{120\underline{/0^\circ}}{44{,}7\underline{/-63{,}4^\circ}} = 2{,}68\underline{/63{,}4^\circ}$. Por tanto

$$\mathbf{V}_R = 53{,}6\underline{/63{,}4^\circ}, \qquad \mathbf{V}_L = 26{,}8\underline{/153{,}4^\circ}, \qquad \text{y} \qquad \mathbf{V}_C = 134\underline{/-26{,}6^\circ}$$

En el diagrama fasorial de la Fig. 6-16, $\mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L + \mathbf{V}_C = \mathbf{V}$.

6-4 Para obtener las constantes R y L de una bobina se coloca ésta en serie con una resistencia patrón de 10 ohmios y se miden las caídas de tensión en R_s, en la bobina y en el circuito serie completo. Determinar R y L si los valores obtenidos a la frecuencia de 60 hertzios son $V_{R_s} = 20$ voltios $V_{\text{bobina}} = 22{,}4$ voltios, $V_T = 36$ voltios.

En la resistencia patrón, la tensión $\mathbf{V}_{R_s}$ y la intensidad de corriente $\mathbf{I}$ están en fase. Escribiendo $\mathbf{V}_{R_s} = 20\underline{/0^\circ}$, se obtiene $\mathbf{I} = \mathbf{V}_{R_s}/R_s = 2\underline{/0^\circ}$.

En la Fig. 6-17, con centro en el origen del fasor $\mathbf{V}_{R_s}$, trazamos un arco de radio igual a 36, y con centro en el extremo de $\mathbf{V}_{R_s}$ un arco de radio 22,4. El punto de intersección de ambos corresponde al extremo de los fasores $\mathbf{V}_T$ y $\mathbf{V}_{\text{bobina}}$ de forma que $\mathbf{V}_T = \mathbf{V}_{R_s} + \mathbf{V}_{\text{bobina}}$.

Mediante el teorema del coseno se deduce el ángulo del fasor $\mathbf{V}_T$.

$$\cos\alpha = \frac{(36)^2 + (20)^2 - (22{,}4)^2}{2(36)(20)} = 0{,}831, \qquad \alpha = 33{,}7^\circ$$

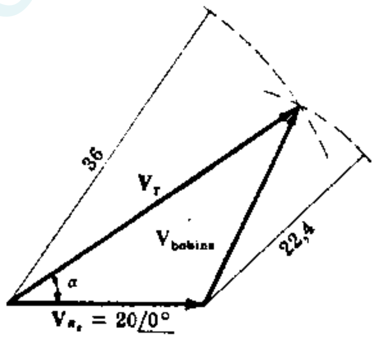


Fig. 6-17

Es decir, $\mathbf{V}_T = 36\underline{/33{,}7^\circ} = 30 + j20$, con lo que $\mathbf{V}_{\text{bobina}} = \mathbf{V}_T - \mathbf{V}_{R_s} = 10 + j20 = 22{,}4\underline{/63{,}4^\circ}$. La impedancia de la bobina será $\mathbf{Z}_{\text{bobina}} = \mathbf{V}_{\text{bobina}}/\mathbf{I} = (10 + j20)/2 = 5 + j10$, de donde $R = 5\ \Omega$.

A la frecuencia de 60 Hz, $X_L = 2\pi f L = 2\pi(60)L = 10$, con lo que $L = 26{,}5$ mH.

6-5 En el circuito paralelo de la Fig. 6-18 hallar las intensidades de corriente en cada rama así como la intensidad total. Construir el diagrama fasorial correspondiente. Calcular $\mathbf{Z}_{eq}$ a partir de $\mathbf{V}/\mathbf{I}$ y comparar el valor obtenido con $\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)$.

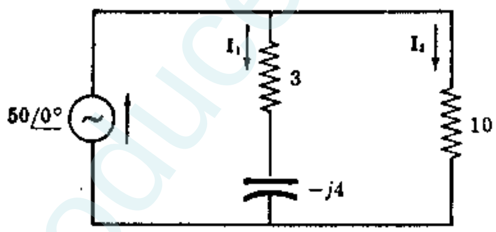


Fig. 6-18

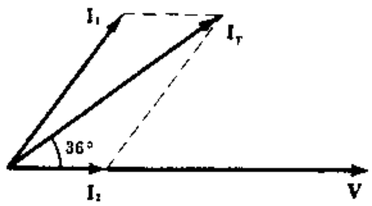


Fig. 6-19

$\mathbf{Z}_1 = 3 - j4 = 5\underline{/-53{,}1^\circ}$ y $\mathbf{Z}_2 = 10$. Por tanto,

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_1} = \frac{50\underline{/0^\circ}}{5\underline{/-53{,}1^\circ}} = 10\underline{/53{,}1^\circ} = 6 + j8$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_2} = \frac{50\underline{/0^\circ}}{10} = 5\underline{/0^\circ} = 5$$

$$\mathbf{I}_T = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 11 + j8 = 13{,}6\underline{/36^\circ}$$

$$\mathbf{Z}_{eq} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}_T} = \frac{50\underline{/0^\circ}}{13{,}6\underline{/36^\circ}} = 3{,}67\underline{/-36^\circ}, \qquad \mathbf{Z}_{eq} = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{5\underline{/-53{,}1^\circ}\,(10)}{(3 - j4) + 10} = \frac{50\underline{/-53{,}1^\circ}}{13{,}6\underline{/-17{,}1^\circ}} = 3{,}67\underline{/-36^\circ}$$

En la Fig. 6-19 se representa el diagrama fasorial.

6-6 Hallar las intensidades de corriente que circulan por cada elemento del circuito semiparalelo de la Figura 6-20.

$$\mathbf{Z}_{eq} = 10 + \frac{5(j10)}{5+j10} = 14 + j2 = 14{,}14\underline{/8{,}14^\circ} \quad \text{y}$$

$$\mathbf{I}_T = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_{eq}} = \frac{100\underline{/0^\circ}}{14{,}14\underline{/8{,}14^\circ}} = 7{,}07\underline{/-8{,}14^\circ}. \quad \text{Entonces,}$$

$$\mathbf{I}_{10} = \mathbf{I}_T = 7{,}07\underline{/-8{,}14^\circ}$$

$$\mathbf{I}_{j10} = \mathbf{I}_T\left(\frac{5}{5+j10}\right) = 7{,}07\underline{/-8{,}14^\circ}\left(\frac{5}{5+j10}\right) = 3{,}16\underline{/-71{,}54^\circ}$$

$$\mathbf{I}_5 = \mathbf{I}_T\left(\frac{j10}{5+j10}\right) = 7{,}07\underline{/-8{,}14^\circ}\left(\frac{j10}{5+j10}\right) = 6{,}32\underline{/18{,}46^\circ}$$

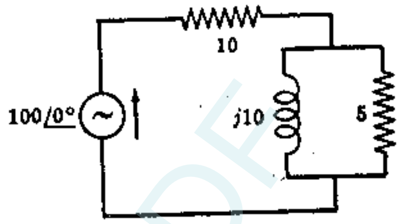


Fig. 6-20

6-7 En el circuito paralelo de la Fig. 6-21 los valores eficaces de las intensidades de corriente $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_T$ son 18,15 y 30 amperios, respectivamente. Determinar las impedancias desconocidas R y X_L.

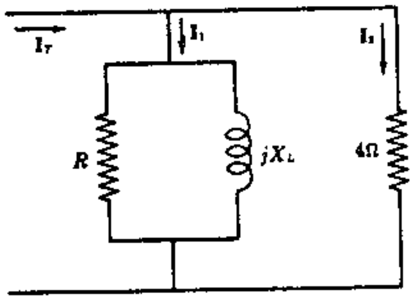


Fig. 6-21

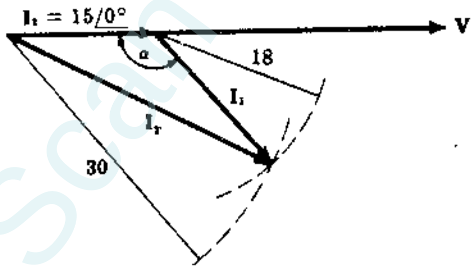


Fig. 6-22

Aplicando la primera ley de Kirchhoff, $\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_T$. La intensidad $\mathbf{I}_2$ está en fase con la tensión aplicada $\mathbf{V}$. Escribiendo $\mathbf{I}_2 = 15\underline{/0^\circ}$ resulta $\mathbf{V} = (4)\ 15\underline{/0^\circ} = 60\underline{/0^\circ}$. Debido a la reactancia inductiva, la corriente $\mathbf{I}_1$ estará retrasada respecto de la tensión aplicada. Con una construcción idéntica a la del Problema 6-4 resulta la Fig. 6-22. En este caso,

$$\cos\alpha = \frac{(15)^2 + (18)^2 - (30)^2}{2(15)(18)} = -0{,}65, \quad \text{de donde} \quad \alpha = 130{,}5^\circ$$

Del diagrama $\mathbf{I}_1 = 18\underline{/-49{,}5^\circ}$. Por tanto, $\mathbf{Z}_1 = \dfrac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}_1} = \dfrac{60\underline{/0^\circ}}{18\underline{/-49{,}5^\circ}} = 3{,}33\underline{/49{,}5^\circ}$.

La impedancia compleja es $\mathbf{Y}_1 = 1/R + 1/jX_L = 1/3{,}33\underline{/49{,}5^\circ} = 0{,}195 - j0{,}228$. Por consiguiente,

$$R = \frac{1}{0{,}195} = 5{,}13\ \Omega \quad \text{y} \quad X_L = \frac{1}{0{,}228} = 4{,}39\ \Omega$$

6-8 En el circuito serie de la Fig. 6-23 el valor eficaz de la intensidad de corriente es de 5 amperios. ¿Qué lecturas indicaría un voltímetro conectado primero a la entrada del circuito y después en cada uno de los elementos?

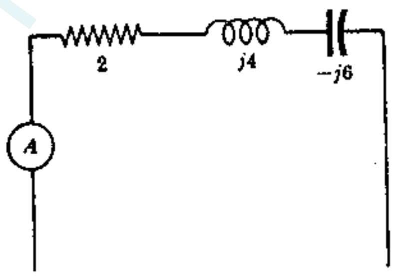


Fig. 6-23

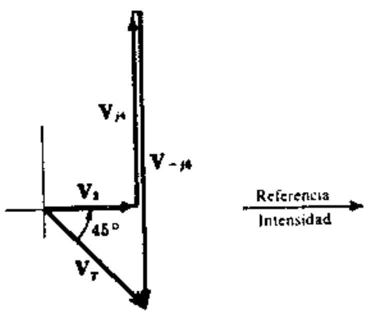


Fig. 6-24

$\mathbf{Z}_{eq} = 2 + j4 - j6 = 2{,}83\underline{/-45^\circ}$. Por tanto,

$$V_T = (2{,}83)(5) = 14{,}14 \text{ V} \qquad V_{j4} = (4)(5) = 20 \text{ V}$$
$$V_2 = (2)(5) = 10 \text{ V} \qquad V_{-j6} = (6)(5) = 30 \text{ V}$$

En el diagrama fasorial de la Fig. 6-24 se puede ver la suma de los fasores de tensión en cada elemento del circuito.

6-9 En el circuito paralelo de la Fig. 6-25 un voltímetro conectado en bornes de la resistencia de 3 ohmios indica una lectura de 45 voltios. ¿Qué lectura indicará el amperímetro?

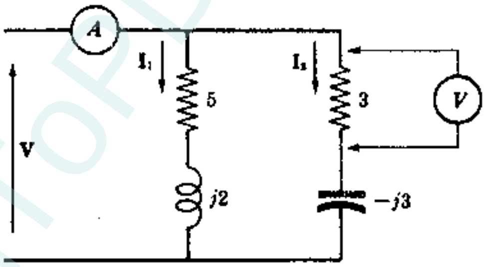


Fig. 6-25

$I_2 = 45/3 = 15$ A. Suponiendo que el ángulo es 0°, $\mathbf{I}_2 = 15\underline{/0^\circ}$. Por tanto, $\mathbf{V} = (3 - j3)\,15\underline{/0^\circ} = 63{,}6\underline{/-45^\circ}$ e $\mathbf{I}_1 = 63{,}6\underline{/-45^\circ}/(5 + j2) = 11{,}8\underline{/-66{,}8^\circ} = 4{,}64 - j10{,}85$.

$$\mathbf{I}_T = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = (4{,}64 - j10{,}85) + 15 = 19{,}64 - j10{,}85 = 22{,}4\underline{/-29^\circ}$$

La lectura del amperímetro es 22,4 A

6-10 En el circuito serie-paralelo de la Fig. 6-26 el valor eficaz de la tensión en la asociación en paralelo es de 50 voltios. Hallar el módulo de la tensión **V** correspondiente.

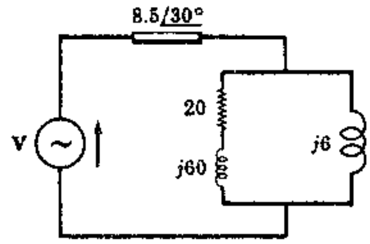


Fig. 6-26

$$\mathbf{Z}_p = \frac{(20 + j60)j6}{20 + j60 + j6} = 5{,}52\underline{/88{,}45^\circ} = 0{,}149 + j5{,}52$$

$$\mathbf{Z}_{eq} = 8{,}5\underline{/30^\circ} + (0{,}149 + j5{,}52) = 12{,}3\underline{/52{,}4^\circ}$$

Ahora bien, $\mathbf{V} = \mathbf{Z}_{eq}\mathbf{I}$ y $\mathbf{V}_p = \mathbf{Z}_p\mathbf{I}$, $V_p/Z_p = V/Z_{eq}$. Por tanto,

$$V = V_p(Z_{eq}/Z_p) = 50(12{,}3/5{,}52) = 111{,}5 \text{ V}$$

6-11 Hallar la intensidad total de corriente y la impedancia equivalente del circuito de cuatro ramas en paralelo representado en la Figura 6-27.

$$\mathbf{Y}_1 = 1/j5 = -j0{,}2$$
$$\mathbf{Y}_2 = 1/10\underline{/60^\circ} = 0{,}05 - j0{,}0866$$
$$\mathbf{Y}_3 = 1/15 = 0{,}067$$
$$\mathbf{Y}_4 = 1/-j10 = j0{,}1$$
$$\mathbf{Y}_{eq} = 0{,}117 - j0{,}1866 = 0{,}22\underline{/-58^\circ}$$

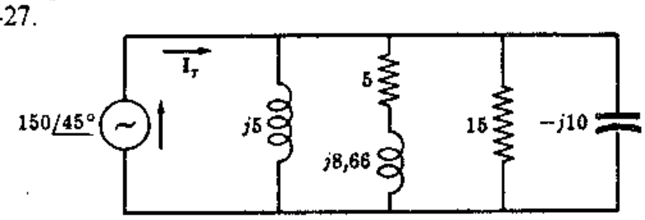


Fig. 6-27

Por tanto, $\mathbf{I}_T = \mathbf{V}\mathbf{Y}_{eq} = (150\underline{/45^\circ})(0{,}22\underline{/-58^\circ}) = 33\underline{/-13^\circ}$ y $\mathbf{Z}_{eq} = 1/\mathbf{Y}_{eq} = 1/(0{,}22\underline{/-58^\circ}) = 4{,}55\underline{/58^\circ}$

6-12 Hallar la impedancia $\mathbf{Z}_1$ del circuito de tres ramas en paralelo representado en la Figura 6-28.

La admitancia compleja del circuito es $\mathbf{Y}_{eq} = \dfrac{\mathbf{I}_T}{\mathbf{V}} = \dfrac{31{,}5\underline{/24^\circ}}{50\underline{/60^\circ}} = 0{,}63\underline{/-36^\circ} = 0{,}51 - j0{,}37$. Ahora bien, $\mathbf{Y}_{eq} = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 = \mathbf{Y}_1 + (0{,}1) + (0{,}16 - j0{,}12) = 0{,}51 - j0{,}37$, $\mathbf{Y}_1 = 0{,}25 - j0{,}25 = 0{,}25\sqrt{2}\underline{/-45^\circ}$. Por tanto,

$$\mathbf{Z}_1 = 1/\mathbf{Y}_1 = 2\sqrt{2}\underline{/45^\circ} = 2 + j2$$

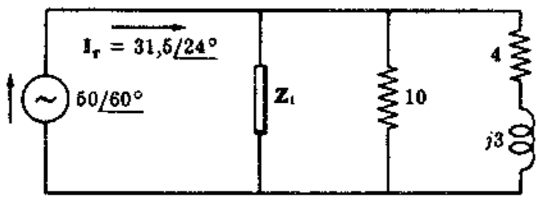


Fig. 6-28

Otro método.

$$\mathbf{I}_T = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_1 + \frac{50\underline{/60^\circ}}{10} + \frac{50\underline{/60^\circ}}{5\underline{/36{,}9^\circ}} = 31{,}5\underline{/24^\circ}, \quad \text{de donde} \quad \mathbf{I}_1 = 17{,}7\underline{/15^\circ}. \text{ Por consiguiente,}$$

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}_1} = \frac{50\underline{/60^\circ}}{17{,}7\underline{/15^\circ}} = 2\sqrt{2}\underline{/45^\circ} = 2 + j2.$$

6-13 Dado el diagrama fasorial de tensión de la Fig. 6-29 determinar los valores de la admitancia e impedancia equivalentes.

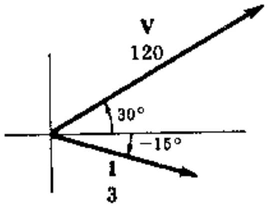


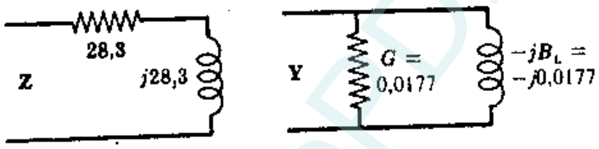
Fig. 6-29

Impedancia equivalente

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{120\angle 30^\circ}{3\angle -15^\circ} = 40\angle 45^\circ = 28{,}3 + j28{,}3$$

Admitancia equivalente

$$\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}} = \frac{3\angle -15^\circ}{120\angle 30^\circ} = 0{,}025\angle -45^\circ = 0{,}0177 - j0{,}0177$$



6-14 Hallar $\mathbf{Z}_{eq}$ e $\mathbf{Y}_{eq}$ en el circuito serie-paralelo de la Figura 6-30.

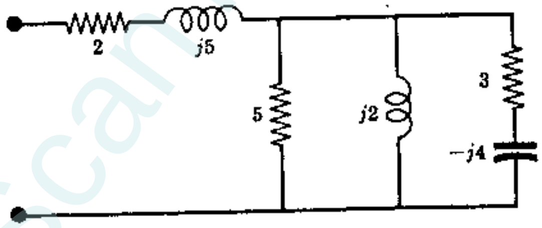


Fig. 6-30

Calculemos, en primer lugar, la admitancia equivalente de las tres ramas en paralelo y luego la impedancia correspondiente.

$$\mathbf{Y}_{P_{eq}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{j2} + \frac{1}{5\angle -53{,}1^\circ}$$

con lo que $= 0{,}32 - j0{,}34 = 0{,}467\angle -46{,}7^\circ$

$$\mathbf{Z}_{P_{eq}} = 1/\mathbf{Y}_{P_{eq}} = 2{,}14\angle 46{,}7^\circ = 1{,}47 + j1{,}56$$

Por tanto, $\mathbf{Z}_{eq} = (2 + j5) + (1{,}47 + j1{,}56) = 3{,}47 + j6{,}56 = 7{,}42\angle 62{,}1^\circ$

$$\mathbf{Y}_{eq} = 1/(7{,}42\angle 62{,}1^\circ) = 0{,}135\angle -62{,}1^\circ = 0{,}063 - j0{,}119$$

6-15 Obtener dos circuitos equivalentes al circuito serie-paralelo del Problema 6-14 con $\mathbf{Z}_{eq}$ e $\mathbf{Y}_{eq}$, respectivamente. Hallar las intensidades de corriente que circulan por ellos al aplicarles una tensión $\mathbf{V} = 120\angle 0^\circ$ a cada uno.

Fig. 6-31

(*a*) $\mathbf{Z} = 7{,}42\angle 62{,}1^\circ$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{120\angle 0^\circ}{7{,}42\angle 62{,}1^\circ} = 16{,}2\angle -62{,}1^\circ$$

(*b*) $\mathbf{Y} = 0{,}135\angle -62{,}1^\circ$

$$\mathbf{I} = \mathbf{VY} = (120\angle 0^\circ)(0{,}135\angle -62{,}1^\circ) = 16{,}2\angle -62{,}1^\circ$$

6-16 Las constantes de una bobina son R_s y L_s en serie. Hallar las constantes equivalentes en paralelo R_p y L_p, en función de R_s y L_s.

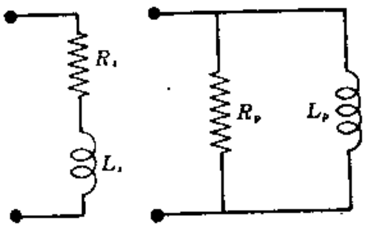


Fig. 6-32

Como la admitancia de los dos circuitos equivalentes de la Figura 6-32 es la misma,

$$\mathbf{Y}_p = \mathbf{Y}_s \quad \text{o} \quad \frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L_p} = \frac{1}{R_s + j\omega L_s} = \frac{R_s - j\omega L_s}{(R_s)^2 + (\omega L_s)^2}$$

Igualando las partes real e imaginaria de las dos admitancias,

$$\frac{1}{R_p} = \frac{R_s}{(R_s)^2 + (\omega L_s)^2} \quad \text{y} \quad \frac{1}{j\omega L_p} = \frac{-j\omega L_s}{(R_s)^2 + (\omega L_s)^2}$$

de donde $R_p = R_s + (\omega L_s)^2/R_s$ y $L_p = L_s + R_s^2/\omega^2 L_s$.

6-17 Hallar la impedancia equivalente del circuito serie-paralelo representado en la Figura 6-33.

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_{eq} &= R_1 + \frac{(R_2 + j\omega L)R_3}{R_2 + R_3 + j\omega L} = R_1 + \frac{(R_2R_3 + j\omega LR_3)[(R_2+R_3) - j\omega L]}{(R_2+R_3)^2 + (\omega L)^2} \\
&= R_1 + \frac{R_2R_3(R_2+R_3) + \omega^2L^2R_3 + j\omega LR_3(R_2+R_3) - j\omega L(R_2R_3)}{(R_2+R_3)^2 + (\omega L)^2} \\
&= \left[R_1 + \frac{R_3(R_2^2 + R_2R_3 + \omega^2L^2)}{(R_2+R_3)^2 + (\omega L)^2}\right] + j\left[\frac{\omega L R_3^2}{(R_2+R_3)^2 + (\omega L)^2}\right] \\
&= R_{eq} + j\omega L_{eq}
\end{aligned}$$

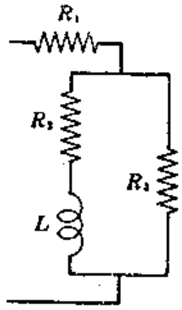


Fig. 6-33

6-18 En el circuito paralelo de la Fig. 6-34 la primera rama contiene dos resistencias iguales R en serie y la segunda se compone de una resistencia R_1 en serie con una bobina de autoinducción L variable. Obtener la variación de tensión entre los puntos A y B al variar el valor de L.

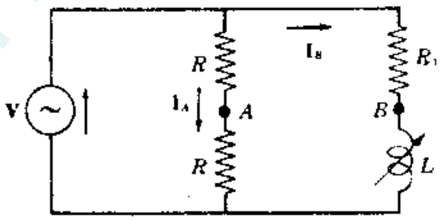


Fig. 6-34

En la primera rama la intensidad $\mathbf{I}_A = \mathbf{V}/2R$ y la tensión en cada resistencia es $R\mathbf{I}_A = \frac{1}{2}\mathbf{V}$.

En la segunda rama, la intensidad es

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{V}/(R_1 + j\omega L)$$

y la tensión en la bobina,

$$\mathbf{I}_B j\omega L = \frac{\mathbf{V}}{(R_1 + j\omega L)}(j\omega L)$$

Teniendo en cuenta las polaridades que se indican en la Fig. 6-35,

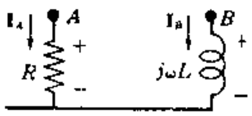


Fig. 6-35

$$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{I}_A R - \mathbf{I}_B(j\omega L) = \tfrac{1}{2}\mathbf{V} - \frac{\mathbf{V}}{(R_1 + j\omega L)}(j\omega L)$$

Racionalizando el segundo término de la expresión anterior y separando las partes real e imaginaria resulta

$$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{V}\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{\omega^2L^2}{R_1^2 + (\omega L)^2}\right) - j\left(\frac{\omega L R_1}{R_1^2 + (\omega L)^2}\right)\right]$$

La expresión entre corchetes es un número complejo que, en forma polar, tendrá un módulo r y una fase ϕ.

$$r = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\omega^2L^2}{R_1^2 + (\omega L)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L R_1}{R_1^2 + (\omega L)^2}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$\phi = \text{arc tg}\,\frac{-\omega L R_1/[R_1^2 + (\omega L)^2]}{\frac{1}{2} - \omega^2L^2/[R_1^2 + (\omega L)^2]} = \text{arc tg}\,\frac{-2\omega L R_1}{R_1^2 - (\omega L)^2} = \text{arc tg}\,\frac{-2(\omega L/R_1)}{1 - (\omega L/R_1)^2}$$

Así, pues, el módulo de $\mathbf{V}_{AB}$ es constante, es decir, $V_{AB} = \frac{1}{2}V$; ahora bien, como $\text{tg}\,2x = (2\,\text{tg}\,x)/(1 - \text{tg}^2\,x)$ y $\omega L/R = \text{tg}\,\theta$, $\phi = -2\theta$, siendo θ el ángulo de la impedancia compleja de la segunda rama.

6-19 En el circuito de la Fig. 6-36 existen dos mallas activas unidas por una resistencia de 10 ohmios. Hallar la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

De la Fig. 6-36 se deduce

$$\mathbf{I}_A = \frac{10\angle 30^\circ}{3 - j4} = \frac{10\angle 30^\circ}{5\angle -53{,}1^\circ} = 2\angle 83{,}1^\circ$$

e

$$\mathbf{I}_B = \frac{10\angle 0^\circ}{3 + j4} = \frac{10\angle 0^\circ}{5\angle 53{,}1^\circ} = 2\angle -53{,}1^\circ$$

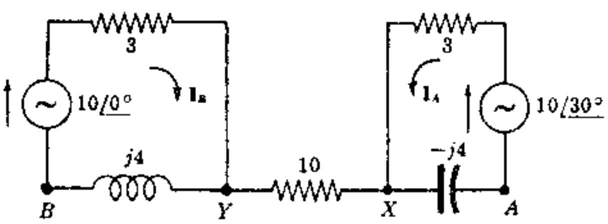


Fig. 6-36

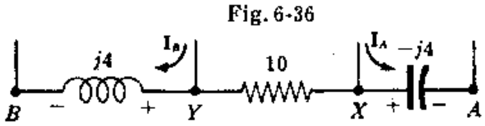


Fig. 6-37

Para calcular $\mathbf{V}_{AB}$ necesitamos conocer las polaridades de las tensiones en los elementos como indica la Fig. 6-37. En estas condiciones,

$$\mathbf{V}_{AX} = (-j4)(-\mathbf{I}_A) = (-j4)(-2\underline{/83,1^\circ}) = -8\underline{/-6,9^\circ} = -7,94 + j0,96$$

$$\mathbf{V}_{XY} = 0 \quad \text{(no circula corriente por la resistencia de 10 } \Omega\text{)}$$

$$\mathbf{V}_{YB} = (j4)(\mathbf{I}_B) = (j4)(2\underline{/-53,1^\circ}) = 8\underline{/36,9^\circ} = \quad 6,4 \;+ j4,8$$

Por consiguiente, $$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{V}_{AX} + \mathbf{V}_{XY} + \mathbf{V}_{YB} = -1,54 + j5,76 = 5,95\underline{/105^\circ}$$

6-20 La intensidad de corriente total que circula por el circuito de la Fig. 6-38 es $\mathbf{I}_T = 18\underline{/45^\circ}$ amperios. Calcular la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

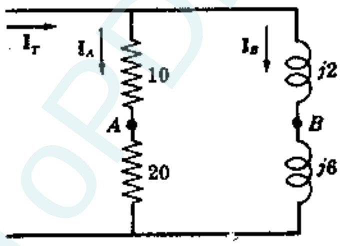


Fig. 6-38

De la Fig. 6-38 se deduce

$$\mathbf{I}_A = \left(\frac{\mathbf{Z}_B}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B}\right)\mathbf{I}_T = \left(\frac{j8}{30 + j8}\right)(18\underline{/45^\circ}) = 4,66\underline{/120^\circ}$$

e

$$\mathbf{I}_B = \left(\frac{\mathbf{Z}_A}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B}\right)\mathbf{I}_T = \left(\frac{30}{30 + j8}\right)(18\underline{/45^\circ}) = 17,5\underline{/30^\circ}$$

Las tensiones en la resistencia de 20 Ω y en la reactancia $j6$ son $\mathbf{V}_{20} = (20)\mathbf{I}_A = 93,2\underline{/120^\circ}$ y $\mathbf{V}_{j6} = (j6)\mathbf{I}_B = 105\underline{/120^\circ}$, respectivamente.

La Fig. 6-39 permite sumar las tensiones con las polaridades correctas, es decir,

$$\mathbf{V}_{AB} = (93,2\underline{/120^\circ}) - (105\underline{/120^\circ}) = 11,8\underline{/-60^\circ}$$

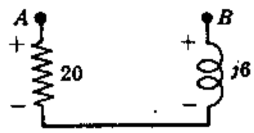


Fig. 6-39

6-21 Hallar la impedancia equivalente entre los puntos A y B del circuito en puente de la Figura 6-40.

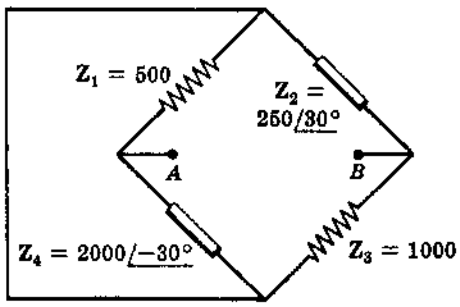


Fig. 6-40

La asociación en paralelo de $\mathbf{Z}_1$ y $\mathbf{Z}_4$ está en serie con la asociación en paralelo de $\mathbf{Z}_2$ y $\mathbf{Z}_3$. Por tanto,

$$\mathbf{Z}_{eq} = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_4} + \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3}$$

$$= \frac{500(2000\underline{/-30^\circ})}{500 + 2000\underline{/-30^\circ}} + \frac{250\underline{/30^\circ}(1000)}{250\underline{/30^\circ} + 1000}$$

$$= 596\underline{/4,05^\circ}$$

Problemas propuestos

6-22 En el circuito serie de la Fig. 6-41 hallar las caídas de tensión en bornes de cada impedancia. Demostrar, mediante el diagrama fasorial correspondiente, que la suma $\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_3$ es igual a la tensión aplicada $\mathbf{V} = 100\underline{/0^\circ}$ voltios.
Sol. $31,4\underline{/20,8^\circ}$ V; $25,1\underline{/50,8^\circ}$ V; $62,9\underline{/-29,2^\circ}$ V.

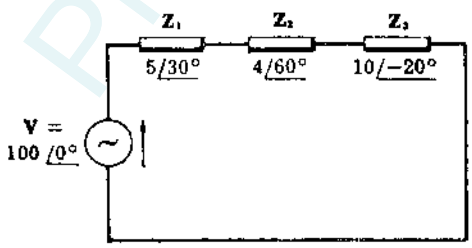


Fig. 6-41

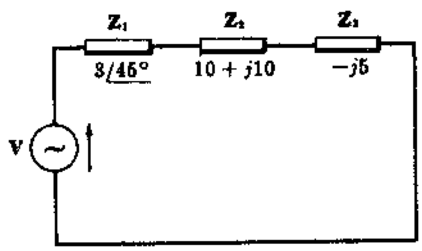


Fig. 6-42

6-23 En el circuito serie de la Fig. 6-42 hallar la tensión aplicada $\mathbf{V}$ sabiendo que la caída de tensión en $\mathbf{Z}_1$ es $27\underline{/-10^\circ}$ voltios. *Sol.* $126,5\underline{/-24,6^\circ}$ V.

6-24 Tres impedancias $\mathbf{Z}_1 = 5 + j5$, $\mathbf{Z}_2 = -j8$ y $\mathbf{Z}_3 = 4$ ohmios están en serie con una fuente de tensión desconocida **V**. Hallar los valores de **I** y de **V** sabiendo que la caída de tensión en $\mathbf{Z}_3$ es $63{,}2\underline{/18{,}45^\circ}$ voltios.
Sol. $\mathbf{I} = 15{,}8\underline{/18{,}45^\circ}$ A; $\mathbf{V} = 150\underline{/0^\circ}$ V.

6-25 Una fuente de tensión $\mathbf{V} = 25\underline{/180^\circ}$ voltios se conecta a un circuito serie compuesto por una resistencia R fija y una reactancia X_L variable. Para un cierto valor de esta reactancia inductiva resulta una corriente $\mathbf{I} = 11{,}15\underline{/153{,}4^\circ}$ amperios. En estas condiciones, se ajusta X_L para que el retraso de la intensidad respecto de la tensión sea de 60°. ¿Cuál es el valor eficaz de la intensidad de corriente? *Sol.* 6,25 A.

6-26 En el circuito serie de la Fig. 6-43 la caída de tensión en la reactancia $j2$ ohmios es $\mathbf{V}_{j2} = 13{,}04\underline{/15^\circ}$ voltios. Hallar el valor de la impedancia **Z**. *Sol.* $R = 4\ \Omega$ y $X_C = 15\ \Omega$.

6-27 Un circuito serie está compuesto por una resistencia $R = 1$ ohmio, una reactancia inductiva $jX_L = j4$ ohmios y una tercera impedancia **Z**. Sabiendo que la tensión aplicada y la intensidad de corriente resultante son $\mathbf{V} = 50\underline{/45^\circ}$ voltios e $\mathbf{I} = 11{,}2\underline{/108{,}4^\circ}$ amperios, respectivamente, determinar el valor de la impedancia desconocida **Z**. *Sol.* $\mathbf{Z} = 1 - j8\ \Omega$.

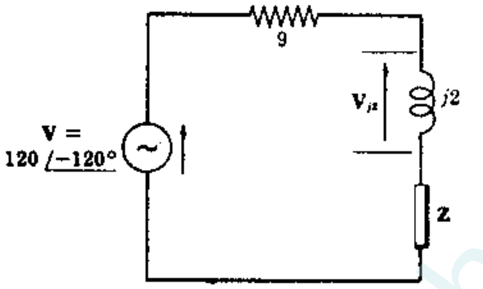


Fig. 6-43

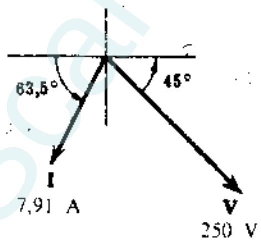


Fig. 6-44

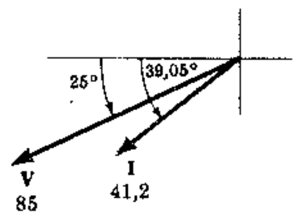


Fig. 6-45

6-28 Un circuito serie de tres elementos contiene una bobina de autoinducción $L = 0{,}02$ henrios. La tensión aplicada y la intensidad de corriente resultante se muestran en el diagrama fasorial de la Fig. 6-44. Sabiendo que $\omega = 500$ radianes/segundo, determinar los otros dos elementos del circuito. *Sol.* $R = 10\ \Omega$; $L = 0{,}04$ H.

6-29 Hallar la impedancia **Z** y la admitancia **Y** correspondiente al diagrama fasorial de la Figura 6-45.
Sol. $\mathbf{Z} = 2 - j0{,}5\ \Omega$; $\mathbf{Y} = 0{,}47 + j0{,}1175\ \mho$.

6-30 Para determinar las constantes R y L de una bobina se conecta en serie con una resistencia de 25 ohmios y al conjunto se aplica una fuente de tensión de 120 voltios a 60 hertzios; se miden las tensiones en bornes de la resistencia y en la bobina dando los valores $V_R = 70{,}8$ voltios y $V_{\text{bobina}} = 86$ voltios. ¿Cuáles son las constantes de la bobina en cuestión? *Sol.* $R = 5\ \Omega$; $L = 79{,}6$ mH.

6-31 Una asociación serie RC se conecta en serie con una resistencia de 15 ohmios. Al aplicar al circuito total una fuente de tensión de 120 voltios a 60 hertzios las tensiones eficaces en la combinación RC y en la resistencia pura son 87,3 y 63,6 voltios, respectivamente. Determinar los valores de R y de C.
Sol. $R = 5\ \Omega$; $C = 132{,}5\ \mu$F.

6-32 Hallar la impedancia y la admitancia equivalente, $\mathbf{Z}_{eq}$ e $\mathbf{Y}_{eq}$, en el circuito de dos ramas en paralelo de la Figura 6-46. Deducir la intensidad de corriente en cada circuito equivalente.
Sol. $\mathbf{Z}_{eq} = 18{,}6\underline{/7{,}15^\circ}\ \Omega$; $\mathbf{Y}_{eq} = 0{,}0538\underline{/-7{,}15^\circ}\ \mho$; $\mathbf{I}_T = 10{,}75\underline{/-7{,}15^\circ}$ A.

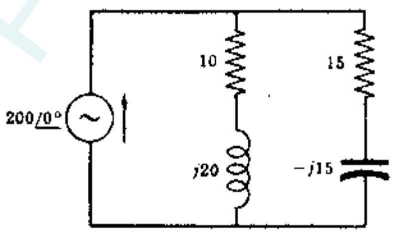


Fig. 6-46

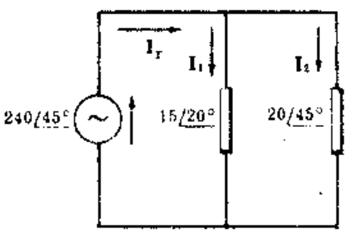


Fig. 6-47

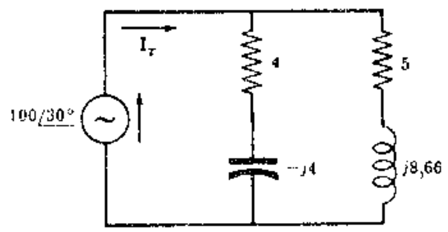


Fig. 6-48

6-33 En el circuito paralelo de la Fig. 6-47 hallar las intensidades de corrientes en cada rama así como la intensidad total. Construir el diagrama fasorial de corrientes con $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_T$.
Sol. $16\underline{/25^\circ}$ A; $12\underline{/0^\circ}$ A; $27{,}4\underline{/14{,}3^\circ}$ A.

6-34 Hallar el valor de la intensidad total que circula por el circuito de dos ramas en paralelo de la Fig. 6-48. Obtener $\mathbf{Z}_{eq}$ a partir de la relación $\mathbf{V}/\mathbf{I}_T$ y comparar este valor con $\mathbf{Z}_{eq} = \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)$.
Sol. $\mathbf{I}_T = 17{,}9/\underline{42{,}4^\circ}$ A; $\mathbf{Z}_{eq} = 5{,}59/\underline{-12{,}4^\circ}\ \Omega$.

6-35 El diagrama fasorial de la Fig. 6-49 corresponde a un circuito de dos ramas en paralelo. Hallar las impedancias de cada rama $\mathbf{Z}_1$ y $\mathbf{Z}_2$. *Sol.* $\mathbf{Z}_1 = 2{,}5 + j20\ \Omega$; $\mathbf{Z}_2 = 15/\underline{-90^\circ}\ \Omega$.

6-36 En el diagrama fasorial de la Fig. 6-50 se representan la tensión aplicada a un circuito de dos ramas en paralelo y las intensidades que circulan por cada rama. Calcular las impedancias $\mathbf{Z}_1$ y $\mathbf{Z}_2$ de dichas ramas.
Sol. $\mathbf{Z}_1 = 11{,}55 - j20\ \Omega$; $\mathbf{Z}_2 = 27{,}6 + j11{,}75\ \Omega$.

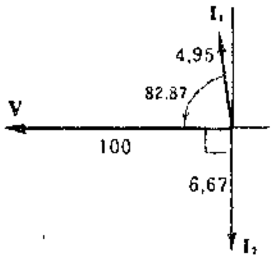


Fig. 6-49

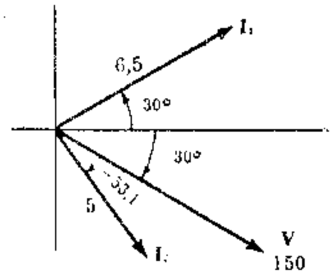


Fig. 6-50

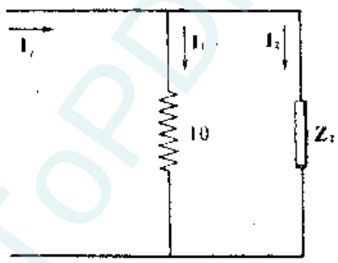


Fig. 6-51

6-37 En el circuito de la Fig. 6-51 determinar el valor de $\mathbf{Z}_2$ sabiendo que $\mathbf{I}_1 = 2/\underline{-30^\circ}$ e $\mathbf{I}_T = 4{,}47/\underline{33{,}4^\circ}$ amperios.
Sol. $\mathbf{Z}_2 = -j5\ \Omega$.

6-38 Mediante el empleo de las admitancias hallar la admitancia y la impedancia equivalente, $\mathbf{Y}_{eq}$ y $\mathbf{Z}_{eq}$, del circuito de cuatro ramas en paralelo representado en la Fig. 6-52. Obtener la intensidad $\mathbf{I}_T$ del circuito equivalente.
Sol. $\mathbf{Y}_{eq} = 0{,}22/\underline{-58^\circ}\ \Omega$; $\mathbf{Z}_{eq} = 4{,}55/\underline{58^\circ}\ \Omega$; $\mathbf{I}_T = 33/\underline{-13^\circ}$ A.

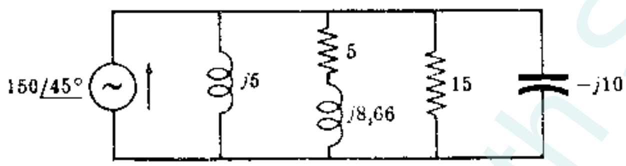


Fig. 6-52

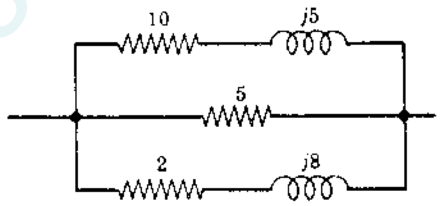


Fig. 6-53

6-39 Hallar la impedancia y admitancia equivalente, $\mathbf{Z}_{eq}$ e $\mathbf{Y}_{eq}$, en el circuito de tres ramas en paralelo representado en la Figura 6-53. *Sol.* $\mathbf{Z}_{eq} = 2{,}87/\underline{27^\circ}\ \Omega$; $\mathbf{Y}_{eq} = 0{,}348/\underline{-27^\circ}$ ℧.

6-40 En el circuito de la Fig. 6-54 hallar el valor de $\mathbf{Z}$ sabiendo que $\mathbf{V} = 50/\underline{30^\circ}$ voltios e $\mathbf{I}_T = 27{,}9/\underline{57{,}8^\circ}$ amperios.
Sol. $\mathbf{Z} = 5/\underline{-30^\circ}\ \Omega$.

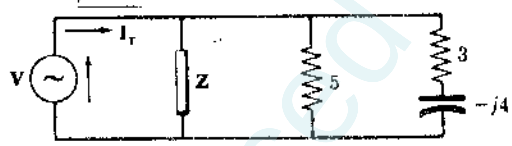


Fig. 6-54

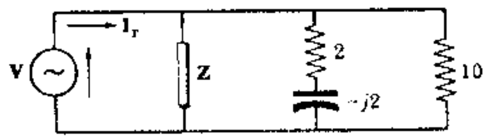


Fig. 6-55

6-41 En el circuito de la Fig. 6-55 hallar el valor de $\mathbf{Z}$ sabiendo que $\mathbf{V} = 100/\underline{90^\circ}$ voltios e $\mathbf{I}_T = 50{,}2/\underline{102{,}5^\circ}$ amperios. *Sol.* $\mathbf{Z} = 5/\underline{45^\circ}\ \Omega$.

6-42 A una asociación serie RC en paralelo con una resistencia de 20 ohmios se le aplica una fuente de tensión a 60 hertzios que suministra una intensidad de corriente total de 7,02 amperios. La intensidad de corriente por la resistencia de 20 ohmios es de 6 amperios y la correspondiente por la rama RC es 2,3 amperios. Hallar los valores de R y de C. *Sol.* $R = 15\ \Omega$; $C = 53{,}1\ \mu$F.

6-43 Hallar los valores de R y X_L en el circuito de la Fig. 6-56 sabiendo que el valor eficaz de la intensidad de corriente total vale 29,9 amperios, el de la intensidad que circula por la resistencia pura es 8 amperios y la correspondiente por la rama RL es 22,3 amperios. *Sol.* $R = 5{,}8\ \Omega$; $X_L = 14{,}5\ \Omega$.

6-44 Hallar la tensión $\mathbf{V}_{AB}$ en el circuito de la Figura 6-57. *Sol.* $28{,}52/\underline{183{,}68^\circ}$ V.

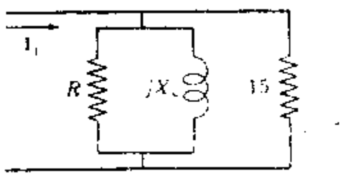


Fig. 6-56

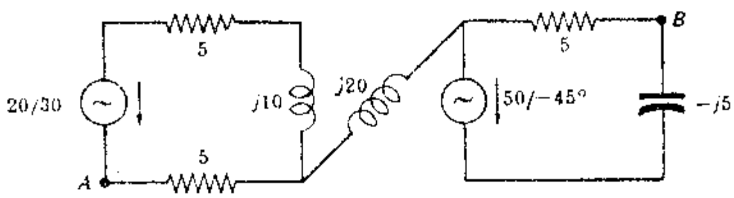


Fig. 6-57

6-45 La lectura de un voltímetro en bornes de la resistencia de 3 ohmios del circuito de la Fig. 6-58 es 45 voltios. ¿Qué valor indicará el amperímetro? *Sol.* 19,4 A.

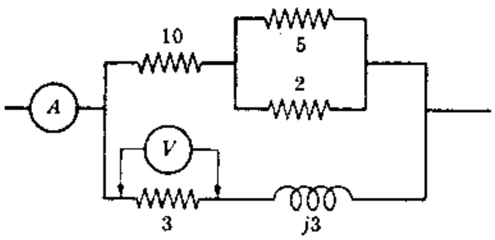


Fig. 6-58

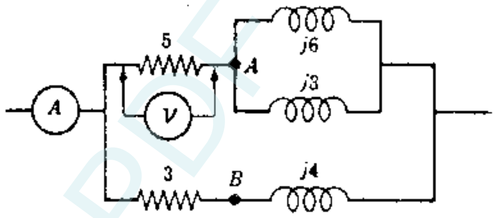


Fig. 6-59

6-46 La lectura de un voltímetro en bornes de la resistencia de 5 ohmios del circuito de la Fig. 6-59 es 45 voltios. ¿Qué valor indicará el amperímetro? *Sol.* 18 A.

6-47 Hallar el valor eficaz de la tensión entre los puntos A y B del circuito del Problema 6-46 *Sol.* 25,2 V.

6-48 La tensión eficaz entre los puntos A y B del circuito de la Fig. 6-60 vale 25 voltios. Hallar los valores eficaces de **V** y de $\mathbf{I}_T$. *Ind.* Suponer aplicada una tensión cualquiera V' y determinar la tensión V'_{AB} correspondiente. De ello se deduce $V/25 = V'/V'_{AB}$. *Sol.* 54,3 V; 14,2 A.

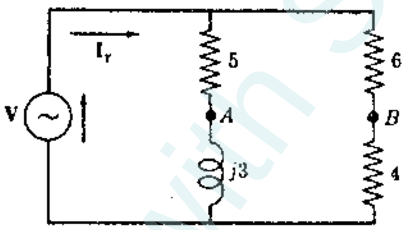


Fig. 6-60

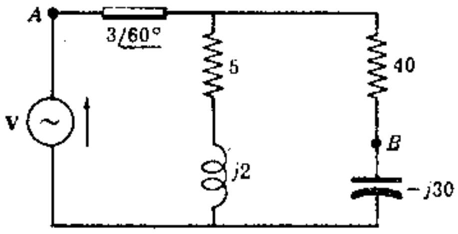


Fig. 6-61

6-49 En el circuito paralelo de la Fig. 6-61 hallar el valor eficaz de la tensión de la fuente sabiendo que la diferencia de potencial entre los puntos A y B vale 50 voltios. *Sol.* 54,6 V.

6-50 En el circuito de la Fig. 6-62 dar valores arbitrarios a R y X_L. Demostrar que para cualquier par de valores de R y X_L el valor eficaz de $\mathbf{V}_{AB}$ es constante e igual a 50 voltios.

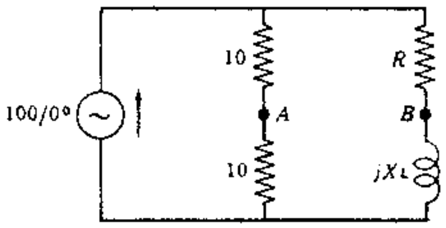


Fig. 6-62